☐ Si dimostri il seguente teorema:

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T Q x + c^T x,$$

con Q matrice simmetrica e definita positiva. Il metodo del gradiente con ricerca unidimensionale esatta converge all'unico punto di minimo $x^* = -Q^{-1}c$.

☐ *La teoria della dualità nella Programmazione Lineare:*

(a) *Definizione della coppia primale-duale simmetrica*

(b) *Enunciato e dimostrazione del teorema della dualità forte*

(c) *Enunciato e dimostrazione del teorema della dualità debole*

(d) *Corrispondenza tra problema primale e duale*

(e) *Tabella di costruzione di una coppia primale-duale qualsiasi*

☐ *Enunciare e dimostrare le condizioni necessarie di ottimalità del primo ordine per problemi con soli vincoli di uguaglianza lineari*

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & a_j^T x - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, m \end{array}$$

☐ *Dare la definizione di insieme convesso e di funzione convessa e strettamente convessa.*

Elencare le proprietà di una funzione convessa e strettamente convessa.

Definire cosa si intende per problema di ottimizzazione convesso.

Dimostrare che l'insieme ammissibile definito da vincoli $g_i(x) \leq 0$, $i = 1, \dots, p$ con $g_i(x)$ convessa per ogni i, è un insieme convesso.

Dimostrare che un problema di ottimizzazione convesso o non ha soluzione, o ha solo soluzioni globali.

☐ *Dato il problema*

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, p \\ & a_J^T x - b_j = 0 \quad j = 1, \dots, m \end{array}$$

si dica sotto quale ipotesi risulta essere

(a) *convesso*

(b) *strettamente convesso*

Si dimostri che nel caso in cui il problema dato sia convesso, le condizioni di Kuhn-Tucker sono condizioni sufficienti di ottimo globale

---

☐ *Dato per noto il procedimento di deduzione delle condizioni necessarie di KT per un problema di ottimizzazione con vincoli di uguaglianza lineari, determinare le condizioni necessarie di KT per il problema con vincoli di uguaglianza non lineari:*

$$\begin{array}{ll} min & f(x) \\ & h_j(x) = 0, j = 1, \ldots, m \end{array}$$

☐ *L'analisi di sensibilità nei problemi di ottimizzazione*
