ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).
Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \; f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 - 2x_2 + 1)^2.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa in $\Re^2$.

   VERO **X** FALSO

2. La funzione è coerciva in $\Re^2$.

   VERO FALSO **X**

3. Il punto $(1,\ 1,)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

4. È possibile affermare che il punto $(1,\ 1)^T$ è un minimo globale.

   VERO **X** FALSO

5. Nel punto $x^0 = (0,\ 1)^T$, il passo $\alpha = \frac{1}{5}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente per qualunque valore di $\gamma \leq \dfrac{1}{2}$.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 - x_2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 4 \\ & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 4 \end{array}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO **X** FALSO

2. L'insieme ammissibile non è compatto.

VERO FALSO **X**

3. I moltiplicatori $\lambda_1^* = \frac{1}{4}$, $\lambda_2^* = \frac{1}{4}$ associati rispettivamente al primo e secondo vincolo soddisfano le condizioni di KKT.

VERO **X** FALSO

4. Il punto $x_1^* = 4$, $x_2^* = 2$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO FALSO **X**

5. Se nel primo vincolo del problema a 4 si sostituisce 3, la funzione obiettivo all'ottimo migliora.

VERO FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} &\min \quad 4x_1 + 6x_3 \\ &x_1 - x_2 - 3x_3 \geq 2 \\ &x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 + 4u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq 4 \\ & -u_1 + u_2 \leq 0 \\ & -3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 + 4u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq 4 \\ & -u_1 + u_2 \leq 0 \\ & -3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & u_1,\ u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO **X**

3. Il punto $\bar{u} = (1, \ -1)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq -2$.

VERO **X** FALSO

4. Il problema duale è inammissibile.

VERO FALSO **X**

5. Il punto $x^* = (3,\ 1,\ 0)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**)Si supponga di avere la seguente dichiarazione di insiemi e parametri nel file .mod:

```
set S;
set T;
param p{S};
param q{S,T};
```

1. Si supponga che le variabili del problema siano x_{ij}, con $i \in S$ e $j \in T$ e che debbano essere tutte non negative. La seguente dichiarazione in AMPL è corretta:

```
var x{S,1..T}>=0;
```

VERO	FALSO X

2. Si supponga di avere la seguente funzione obiettivo:

$$\min \sum_{i \in S} p_i \sum_{j \in T} q_{ij} x_{ij}$$

La seguente traduzione in AMPL è corretta:

```
minimize f{j in T}:sum{i in S}p[i]*sum{j in T}q[i,j]*x[i,j];
```

VERO	FALSO X

3. Si supponga che l'insieme S sia costituito dagli elementi S1, S2, S3, che l'insieme T sia costituito dagli elementi T1, T2, T3 e che il parametro q debba assumere i seguenti valori:

q	T1	T2	T3
S1	3	4.5	5.5
S2	2	1.5	3.5
S3	2	5	7

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```
param q: T1 T2 T3:=
        S1 3 4.5 5.5
        S2 2 1.5 3.5
        S3 2  5  7;
```

VERO X	FALSO

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \ f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Una soluzione globale è anche una soluzione locale.

VERO **X**	FALSO

2. Se un algoritmo per la soluzione di (P) è globalmente convergente, converge ad una soluzione globale.

VERO	FALSO **X**

3. Se $f(x)$ è convessa, esiste sempre una soluzione al problema $\min_{R^n} \ f(x)$.

VERO	FALSO **X**

4. Se d è una direzione di discesa in $\bar{x}$, allora $\nabla f(\bar{x})^T d < 0$

VERO	FALSO **X**

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & g(x) \geq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \to \ R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e le funzioni $g_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \ldots, m$, allora il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. Se per ogni $x, y \in \Re^n$, risulta

$$g_j(y) \geq g_j(x) + \nabla g_j(x)^T (y - x),$$

la funzione g_j è convessa in $\Re^n$.

VERO **X**	FALSO

3. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i gradienti dei vincoli $\nabla g_j(\bar{x}), \ j = 1, \ldots, m$, sono linearmente indipendenti, i vincoli sono regolari in $\bar{x}$.

VERO **X**	FALSO

4. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ che soddisfa le condizioni di KKT per un certo valore $\bar{\lambda}$ dei moltiplicatori, risulta $\bar{\lambda}_j \geq 0$ per ogni $j : \ g_j(\bar{x}) = 0$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

VERO	FALSO **X**

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita x^*, il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale è $c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{x} \geq 0$ è un punto tale che $A\bar{x} = b$, allora $c^T \bar{x} \geq c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO

4. Se il problema duale non ammette soluzione, allora il problema primale ha soluzione locale, ma non globale.

VERO	FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2o anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).
Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 - 2x_2 + 1)^2.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è strettamente convessa in $\Re^2$.

   VERO | FALSO **X**

2. La funzione è coerciva in $\Re^2$.

   VERO | FALSO **X**

3. Il punto $(-1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** | FALSO

4. È possibile affermare che il punto $(-1,\ 0)^T$ è un minimo locale stretto.

   VERO | FALSO **X**

5. Nel punto $x^0 = (1,\ 0)^T$, il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente per qualunque valore di $\gamma \leq \frac{1}{2}$.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & -x_1 + x_2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 4 \\ & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 4 \end{array}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO **X** FALSO

2. L'insieme ammissibile non è compatto.

VERO FALSO **X**

3. I moltiplicatori $\lambda_1^* = \frac{1}{4}$, $\lambda_2^* = \frac{1}{4}$ associati rispettivamente al primo e secondo vincolo non soddisfano le condizioni di KKT.

VERO FALSO **X**

4. Il punto $x_1^* = 2$, $x_2^* = 4$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO FALSO **X**

5. Se nel secondo vincolo del problema a 4 si sostituisce 3, la funzione obiettivo all'ottimo migliora.

VERO FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned}
&\min \quad 4x_1 + 6x_3\\
&x_1 - x_2 - 3x_3 \geq 3\\
&x_1 + x_2 - 2x_3 = 6\\
&x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.
\end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned}
\max \quad & 3u_1 + 6u_2\\
& u_1 + u_2 \leq 4\\
& -u_1 + u_2 \leq 0\\
& -3u_1 - 2u_2 \leq 6\\
& u_1,\ u_2 \geq 0
\end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{aligned}
\max \quad & 3u_1 + 6u_2\\
& u_1 + u_2 \leq 4\\
& -u_1 + u_2 \leq 0\\
& -3u_1 - 2u_2 \leq 6\\
& u_1 \geq 0
\end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (0, \ -2)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \leq -12$.

VERO FALSO **X**

4. Il problema duale è inammissibile.

VERO FALSO **X**

5. Il punto $x^* = (\frac{9}{2},\ \frac{3}{2},\ 0)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO **X** | FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**)Si supponga di avere la seguente dichiarazione di parametri nel file .mod:

```
set S;
set T;
param p{S};
param q{S,T};
```

1. Si supponga che le variabili del problema siano x_{ij}, con $i \in S$ e $j \in T$ e che debbano essere tutte nonnegative. La seguente dichiarazione in AMPL è corretta:

```
var x{i in S,j in T}>=0;
```

VERO X | FALSO

2. La traduzione in AMPL del vincolo:

$$\sum_{i \in S} x_{ij} \leq p_j, \quad j \in T$$

è la seguente:

```
s.t. vinc{j in T}:sum{i in S}x[i,j]<=p[j];
```

VERO X | FALSO

3. Si supponga che l'insieme S sia costituito dagli elementi S1, S2, S3, che l'insieme T sia costituito dagli elementi T1, T2, T3 e che il parametro q debba assumere i seguenti valori:

q	T1	T2	T3
S1	3	4.5	5.5
S2	2	1.5	3.5
S3	2	5	7

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```
param q: T1 T2 T3
       1 3 4.5 5.5
       2 2 1.5 3.5
       3 2  5  7;
```

VERO | FALSO X

Esercizio 5 (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} f(x).$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Una soluzione globale non è una soluzione locale.

VERO | FALSO **X**

2. Se un algoritmo per la soluzione di (P) è globalmente convergente, converge ad una soluzione locale, non necessariamente ad una globale.

VERO **X**	FALSO

3. Se $f(x)$ è convessa, ogni punto tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ è minimo globale.

VERO **X**	FALSO

4. Se d è una direzione di salita in $\bar{x}$, allora esiste un valore $\alpha_{\max}$ tale che $f(\bar{x} + \alpha d) > f(\bar{x})$ per ogni $\alpha \in (0, \alpha_{\max})$

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6 (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & g(x) \geq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \rightarrow \; R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e le funzioni $g_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \ldots, m$, allora il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. Se per ogni $x, y \in \Re^n$, risulta

$$g_j(y) \leq g_j(x) + \nabla g_j(x)^T (y - x),$$

la funzione g_j è convessa in $\Re^n$.

VERO	FALSO **X**

3. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i gradienti dei vincoli $\nabla g_j(\bar{x})$, per $j : \; g_j(\bar{x}) < 0$, sono linearmente indipendenti, i vincoli sono regolari in $\bar{x}$.

VERO	FALSO **X**

4. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ che soddisfa le condizioni di KKT per un certo valore $\bar{\lambda}$ dei moltiplicatori, risulta $\bar{\lambda}_j > 0$ per ogni $j : \; g_j(\bar{x}) = 0$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax \geq b \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n tutti di disuguaglianza.

VERO	FALSO **X**

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita x^*, il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale è minore di $c^T x^*$.

VERO | FALSO **X**

3. Se $\bar{x} \geq 0$ è un punto tale che $A\bar{x} \geq b$, allora $c^T \bar{x} \geq c^T x^*$.

VERO | FALSO **X**

4. Se il problema duale ha insieme ammissibile vuoto, allora il problema primale ha soluzione locale, ma non globale.

VERO | FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).
Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \ f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 - 2x_2 + 1)^2.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La matrice hessiana è definita positiva.

   VERO | FALSO **X**

2. La funzione non è coerciva in $\Re^2$.

   VERO **X** | FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(-3, \ -1)^T$ è un minimo locale non globale.

   VERO | FALSO **X**

4. È possibile affermare che il punto $(-3, \ -1)^T$ è un minimo locale stretto.

   VERO | FALSO **X**

5. A partire dal punto $x^0 = (0, \ 1)^T$, il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta genera il punto $x^1 = (\frac{1}{5}, \ \frac{3}{5})^T$

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 - x_2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 4 \\ & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 4 \end{array}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema non è convesso.

VERO | FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile è compatto.

VERO **X** | FALSO

3. I moltiplicatori $\lambda_1^* = \frac{1}{4}$, $\lambda_2^* = \frac{1}{4}$ associati rispettivamente al primo e secondo vincolo non soddisfano le condizioni di KKT.

VERO | FALSO **X**

4. Il punto $x_1^* = 4$, $x_2^* = 2$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO | FALSO **X**

5. Se nel primo vincolo del problema a 4 si sostituisce 3, la funzione obiettivo all'ottimo può peggiorare.

VERO **X** | FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min\ \ & 8x_1 + 12x_3 \\ & x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ & x_1 - x_2 - 3x_3 \geq 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max\ \ & 6u_1 + 3u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq 8 \\ & u_1 - u_2 \leq 0 \\ & -2u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** | FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max\ \ & 6u_1 + 3u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq 8 \\ & u_1 - u_2 \leq 0 \\ & -2u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & u_1,\ u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO | FALSO **X**

3. Il punto $\bar{u} = (-1,\ 0)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq -6$.

VERO **X** | FALSO

4. Il problema duale è inammissibile.

VERO | FALSO **X**

5. Il punto $x^* = (\frac{9}{2},\ \frac{3}{2},\ 0)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO **X** FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**)Si supponga di avere la seguente dichiarazione di insiemi e parametri nel file .mod:

```
set S;
set T;
param p{S};
param q{S,T};
```

1. Si supponga che le variabili del problema siano x_{ij}, con $i \in S$ e $j \in T$ e che debbano essere tutte nonnegative. La seguente dichiarazione in AMPL è corretta:

```
var x{S};
var x{T}>=0;
```

VERO FALSO X

2. Si supponga di avere la seguente funzione obiettivo:

$$\max \sum_{i \in S} p_i \sum_{j \in T} q_{ij} x_{ij}$$

La seguente traduzione in AMPL è corretta:

```
maximize f:sum{i in S}p[i]*sum{j in T}q[i,j]*x[i,j];
```

VERO X FALSO

3. Si supponga che l'insieme S sia costituito dagli elementi S1, S2, S3, che l'insieme T sia costituito dagli elementi T1, T2, T3 e che il parametro q debba assumere i seguenti valori:

q	T1	T2	T3
S1	3	4.5	5.5
S2	2	1.5	3.5
S3	2	5	7

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```
param q  T1 T2 T3 S1 S2 S3
         3 4.5 5.5
         2 1.5 3.5
         2  5  7;
```

VERO FALSO X

Esercizio 5 (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \ f(x)$$

rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se (P) ha una sola soluzione locale, questa è anche la soluzione globale.

VERO FALSO **X**

2. Se un algoritmo converge localmente non può convergere ad una soluzione globale di (P).

VERO	FALSO **X**

3. Se esiste una soluzione al problema $\min_{R^n}\ f(x)$, allora $f(x)$ è convessa.

VERO	FALSO **X**

4. Se d è una direzione tale che $\nabla f(\bar{x})^T d < 0$, allora d è di discesa in $\bar{x}$.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & g(x) \geq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \rightarrow\ R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e le funzioni $g_j(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, m$, allora il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. Se per ogni $x, y \in \Re^n$, risulta

$$g_j(y) \geq g_j(x) + \nabla g_j(x)^T (y - x),$$

la funzione g_j è strettamente convessa in $\Re^n$.

VERO	FALSO **X**

3. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i gradienti dei vincoli $\nabla g_j(\bar{x})$, per $j = 1, \dots, m$, sono linearmente indipendenti, i vincoli sono regolari in $\bar{x}$.

VERO **X**	FALSO

4. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ che soddisfa le condizioni di KKT per un certo valore $\bar{\lambda}$ dei moltiplicatori, risulta $\bar{\lambda}_j \geq 0$ per ogni $j :\ g_j(\bar{x}) = 0$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

VERO **X**	FALSO

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita x^*, il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale è esattamente pari a $c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $A\bar{x} \leq b,\ \bar{x} \geq 0$, allora $c^T\bar{x} \geq c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO

4. Se il problema duale ha insieme vuoto, allora il primale o ammette soluzione ottima finita oppure ha insieme ammissibile vuoto.

VERO	FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).
Per gli esercizi 5,6,7 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \; f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(x_1 - 2x_2 + 1)^2.$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La matrice hessiana è semidefinita positiva.

   VERO **X** FALSO

2. La funzione è convessa in $\Re^2$.

   VERO **X** FALSO

3. Il punto $(0, \; \frac{1}{2})^T$ soddisfa la condizione necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

4. È possibile affermare che il punto $(0, \; \frac{1}{2})^T$ è un minimo globale.

   VERO **X** FALSO

5. A partire dal punto $x^0 = (1, \; 0)^T$, il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta genera il punto $x^1 = (\frac{1}{5}, \; \frac{1}{5})^T$

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & -x_1 + x_2 \\ & (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 4 \\ & (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 \leq 4 \end{array}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO **X** FALSO

2. L'insieme ammissibile non è compatto.

VERO FALSO **X**

3. I moltiplicatori $\lambda_1^* = \frac{1}{4}$, $\lambda_2^* = \frac{1}{4}$ associati rispettivamente al primo e secondo vincolo non soddisfano le condizioni di KKT.

VERO FALSO **X**

4. Il punto $x_1^* = 2$, $x_2^* = 4$ soddisfa le condizioni di KKT.

VERO FALSO **X**

5. Se nel secondo vincolo del problema a 4 si sostituisce 3, la funzione obiettivo all'ottimo migliora.

VERO FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} &\min \quad 16x_1 + 24x_3 \\ &x_1 - x_2 - 3x_3 = 2 \\ &x_1 + x_2 - 2x_3 \geq 4 \\ &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 + 4u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq 16 \\ & -u_1 + u_2 \leq 0 \\ & -3u_1 - 2u_2 \leq 24 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 + 4u_2 \\ & u_1 + u_2 \leq 4 \\ & -u_1 + u_2 \leq 0 \\ & -3u_1 - 2u_2 \leq 6 \\ & u_1,\ u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO **X**

3. Il punto $\bar{u} = (0,0)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq 0$.

VERO **X** FALSO

4. Il problema duale è ammissibile.

VERO **X** FALSO

5. Il punto $x^* = (6,\ 0,\ 0)^T$ è ottimo per il primale ed esiste una soluzione ottima per il duale.

VERO | FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**)Si supponga di avere la seguente dichiarazione di insiemi e parametri nel file .mod:

```
set S;
set T;
param p{S};
param q{S,1..T};
```

1. Si supponga che le variabili del problema siano x_{ij}, con $i \in S$ e $j \in T$ e che debbano essere tutte nonnegative. La seguente dichiarazione in AMPL è corretta:

```
var x{S};
var x{S,T}>=0;
```

VERO | FALSO X

2. La traduzione in AMPL del vincolo:

$$\sum_{i \in S} x_{ij} \leq c_j, \quad j \in T$$

è la seguente:

```
s.t. vinc:sum{i in S}x[i,j]<=c[j];
```

VERO | FALSO X

3. Si supponga che l'insieme S sia costituito dagli elementi S1, S2, S3, che l'insieme T sia costituito dagli elementi T1, T2, T3 e che il parametro q debba assumere i seguenti valori:

q	T1	T2	T3
S1	3	4.5	5.5
S2	2	1.5	3.5
S3	2	5	7

La seguente assegnazione nel file .dat è corretta:

```
param q: T1 T2 T3:=
        S1 3 4.5 5.5
        S2 2 1.5 3.5
        S3 2  5  7;
```

VERO X | FALSO

Esercizio 5 (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \ f(x)$$

rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se (P) ha una sola soluzione locale e la funzione è coerciva, questa è anche la soluzione globale.

   VERO **X** | FALSO

2. Se un algoritmo converge localmente può succedere che converga ad una soluzione globale di (P).

   VERO **X** | FALSO

3. Sia $f(x)$ convessa. Se esiste una soluzione al problema $\min_{R^n} \; f(x)$, allora è necessariamente unica.

   VERO | FALSO **X**

4. Se d è una direzione di discesa in $\bar{x}$, allora esiste un valore $\alpha_{\max}$ tale che $f(\bar{x}+\alpha d) < f(\bar{x})$ per ogni $\alpha \in (0, \alpha_{\max})$

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \rightarrow \; R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se ammette una soluzione locale, allora ammette anche una soluzione globale.

   VERO | FALSO **X**

2. Se per ogni $x, y \in \Re^n$, risulta

   $$g_j(y) \geq g_j(x) + \nabla g_j(x)^T (y - x),$$

   la funzione g_j è convessa in $\Re^n$.

   VERO **X** | FALSO

3. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ i gradienti dei vincoli $\nabla g_j(\bar{x})$, per $j : \; g_j(\bar{x}) < 0$ sono linearmente indipendenti, i vincoli sono regolari in $\bar{x}$.

   VERO | FALSO **X**

4. Se in un punto ammissibile $\bar{x}$ che soddisfa le condizioni di KKT per un certo valore $\bar{\lambda}$ dei moltiplicatori, risulta $\bar{\lambda}_j = 0$ per ogni $j : \; g_j(\bar{x}) < 0$ è soddisfatta la condizione di stretta complementarità.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n tutti di disuguaglianza.

VERO **X** FALSO

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima finita, con valore della funzione obiettivo $c^T x^*$ allora si può verificare che il valore ottimo del problema duale soddisfi $-b^T u^* \neq c^T x^*$.

VERO FALSO **X**

3. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $A\bar{x} \geq b, \ \bar{x} \geq 0$, allora $c^T \bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO **X** FALSO

4. Se il problema duale non ammette ottimo finito, allora il primale o è illimitato oppure ha insieme ammissibile vuoto.

VERO **X** FALSO