ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (azzurro)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2º anno

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (x_1 - x_2^2)^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(1,\ 1)^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del 2ndo ordine.

   VERO | FALSO **X**

3. Il problema ammette infinite soluzioni globali.

   VERO **X** | FALSO

4. Nel punto $(0,\ -1)^T$, la direzione $d = (1,\ 0)^T$ risulta essere di discesa.

   VERO **X** | FALSO

5. Nel punto $(0,\ 0)^T$, una ricerca di linea di tipo Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente accetta passo $\frac{1}{2}$ (valore del parametri $\gamma = \frac{1}{4}$)

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 2(*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & \left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} x_i^2 + \sum_{i=1}^{3} x_i + 1\right) \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{array}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema NON è convesso.

   VERO ☐ FALSO ☒

2. Per utilizzare le condizioni necessarie di KKT è necessario effettuare un'analisi di regolarità dei vincoli.

   VERO ☐ FALSO ☒

3. Il punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

   VERO ☒ FALSO ☐

4. NON esiste un punto di KKT con $x_1 = 0$.

   VERO ☒ FALSO ☐

5. Il punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ è la soluzione globale del problema.

   VERO ☒ FALSO ☐

Esercizio 3.(*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{array}{ll} \max & 2x_1 - x_2 + 6x_3 \\ & x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 4 \\ & -x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{array}{ll} \min & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + 2u_2 \geq 6 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{array}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO ☐ FALSO ☒

2. Il problema

$$
\begin{array}{ll}
\min & 4u_1 + u_2 \\
 & u_1 - u_2 \geq 2 \\
 & 2u_1 \geq -1 \\
 & 6u_1 + 2u_2 \geq 6 \\
 & u_2 \geq 0
\end{array}
$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO ☐ FALSO ☒

3. Il punto $(3,\ 1)^T$ è ammissibile per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del primale $c^T x^*$ è tale che $c^T x^* \leq 13$.

VERO ☒ FALSO ☐

4. Il problema duale è illimitato.

VERO ☐ FALSO ☒

5. Il punto $(4,\ 0,\ 0,\ 5)^T$ è ottimo per il problema primale.

VERO ☒ FALSO ☐

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione così definito:

$$
\begin{array}{ll}
\min & \sum_{i=1}^{m}(a_i y_i - \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}) \\
 & \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij} \leq t_i, \quad \forall i = 1, \ldots, m
\end{array}
$$

1. La seguente rappresentazione di variabili e parametri è corretta;

```
param m;
param n;

param c{1..m,1..n};
param a{1..m};
param t{1..m};
param q{1..m,1..n};
var x{1..m,1..n};
var y{1..m};
```

VERO ☒ FALSO ☐

2. La funzione obiettivo del problema è corretta:

```
minimize f{i in 1..m}:a[i]*y[i]-sum{i in 1..m,j in
1..n}c[i,j]*x[i,j];
```

VERO ☐ FALSO **X**

3. La seguente scrittura dei vincoli è corretta:

```
s.t. v{i in 1..m}:sum{j in 1..n}q[i,j]*x[i,j]<=t[i];
```

VERO **X** FALSO ☐

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x) = \frac{1}{2}\|x\|^2 + c^T x$$

con $c \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO **X** FALSO ☐

2. Il punt $x = -c$ è l'unico punto di minimo globale.

   VERO **X** FALSO ☐

3. In un punto x^k, il metodo del gradiente con ricerca di linea é definito da un'iterazione del tipo:
$$x^{k+1} = x^k - \alpha(x^k + c)$$

   VERO **X** FALSO ☐

4. Due vettori $u, v \in R^n$ tali che $u^T v = 0$ costituiscono una coppia di direzioni mutuamente coniugate..

   VERO **X** FALSO ☐

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}x^T Ax + c^T x \\ & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, p \end{array}$$

con $x \in R^n$, A matrice simmetrica $n \times n$ e $g_i(x)$ funzioni convesse per $i = 1, \dots, p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Sia A definita positiva. Il problema ammette sicuramente un minimo globale.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. Il problema è sempre convesso.

   VERO ☐ FALSO **X**

3. Se un vincoli $g_i(x) \leq 0$ è sostituito da $g_i(x) \leq \varepsilon$ con $\varepsilon > 0$, la soluzione del problema può peggiorare.

VERO	FALSO **X**

4. Se in un punto $\bar{x}$ sono attivi solo i vincoli g_1 e g_2 (cioè $g_1(\bar{x}) = 0$, $g_2(\bar{x}) = 0$ e $g_i(\bar{x}) < 0$ per $i = 3, \dots, p$) e risulta
$$\text{rango}\Big[\nabla g_1(\bar{x}) \quad \nabla g_1(\bar{x})\Big] = 2$$
il punto $\bar{x}$ è regolare.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq M \end{array} \qquad (P)$$

con $x \in R^n$, A matrice $m \times n$ e $M \in R^n$ con $0 < M < \infty$. Si indichi con x^* la soluzione ottima.

1. I vincoli del problema duale (esclusi gli eventuali vincoli di non negatività delle variabili duali) sono n tutti di disuguaglianza.

VERO **X**	FALSO

2. Se il sistema $Ax = b$ ammette soluzioni tali che $0 \leq x \leq M$, allora il problema duale ammette soluzione ottima finita.

VERO **X**	FALSO

3. Un punto $(\bar{u},\ \bar{y})^T \in R^{m+n}$ tale che
$$A^T\bar{u} + \bar{y} \geq c, \qquad \bar{y} \geq 0$$
è ammissibile per il duale.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema primale non è mai illimitato.

VERO **X**	FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B (bianco)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (x_1 - x_2^2)^2 + 2x_2^3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. Il punto $(0,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del 2ndo ordine.

   VERO **X** FALSO ☐

3. Il problema ammette infinite soluzioni globali.

   VERO ☐ FALSO **X**

4. Nel punto $(0,\ -1)^T$, la direzione $d = (0,\ 1)^T$ risulta essere di discesa.

   VERO ☐ FALSO **X**

5. Nel punto $(0,\ 1)^T$, una ricerca di linea di tipo Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente accetta passo $\frac{1}{2}$ (valore del parametri $\gamma = \frac{1}{4}$)

   VERO ☐ FALSO **X**

Esercizio 2(*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} x_i^2 + \sum_{i=1}^{3} x_i + 1\right) \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema NON è convesso.

VERO **X**	FALSO

2. Per utilizzare le condizioni necessarie di KKT NON è necessario effettuare un'analisi di regolarità dei vincoli.

VERO **X**	FALSO

3. Il punto $\left(0,\ 0,\ 1\right)$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO **X**	FALSO

4. Esiste un punto di KKT con $x_1 = \frac{1}{3}$.

VERO **X**	FALSO

5. Il punto $\left(0,\ 0,\ 1\right)$ è una soluzione locale del problema.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 3.(*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 + 6x_3 \\ & x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 4 \\ & -x_1 + x_3 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + u_2 \geq 6 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + 2u_2 \geq 6 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Il punto $(3,\ 1)^T$ è ammissibile per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del duale $b^T u^*$ è tale che $b^T x^* \leq 13$.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema primale è non ammissibile.

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $(2,\ 0)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione così definito:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^{m} (a_i y_i - \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}) \\ & \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij} \leq t_i, \quad \forall i = 1, \ldots, m \end{aligned}$$

Si supponga inoltre che $m = 2$, $n = 3$ e i valori assunti dai parametri siano i seguenti:

c			a	t	q		
1	3	4	2	25	3	1	8
2	8	0	6	37	2	8	7

1. La seguente assegnazione di m e n (file .dat) è corretta:

```
param m:=2;
param n:=3;
```

VERO **X**	FALSO

2. La seguente assegnazione dei parametri a e t è corretta:

```
param : a,t :=
        2 25
        6 37;
```

VERO	FALSO **X**

3. La seguente assegnazione del parametro q è corretta:

```
param q: 1 2 3:=
    1     3 1 8
    2     2 8 7;
```

VERO **X**	FALSO

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x) = \frac{1}{2}\|x\|^2 + c^T x$$

con $c \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è quadratica coerciva.

VERO **X**	FALSO

2. Il punto $x = -c$ è l'unico punto di minimo globale.

VERO **X**	FALSO

3. In un punto x^k, il metodo del gradiente con ricerca di linea é definito da un'iterazione del tipo:

$$x^{k+1} = x^k - \alpha c$$

VERO	FALSO **X**

4. Due vettori $u, v \in R^n$ tali che $u^T v = 0$ costituiscono una coppia di direzioni mutuamente coniugate.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}x^T A x + c^T x \\ & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \ldots, p \end{array}$$

con $x \in R^n$, A matrice simmetrica $n \times n$ e $g_i(x)$ funzioni convesse per $i = 1, \ldots, p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Sia A definita positiva. Il problema ammette sicuramente un minimo globale.

VERO	FALSO **X**

2. Il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

3. Se un vincoli $g_i(x) \leq 0$ è sostituito da $g_i(x) \leq \varepsilon$ con $\varepsilon < 0$, la soluzione del problema non può migliorare.

VERO **X**	FALSO

4. Se in un punto $\bar{x}$ sono attivi solo i vincoli g_1 e g_2 (cioè $g_1(\bar{x}) = 0$, $g_2(\bar{x}) = 0$ e $g_i(\bar{x}) < 0$ per $i = 3, \dots, p$) e risulta

$$\text{rango}\Big[\nabla g_1(\bar{x}) \quad \nabla g_1(\bar{x})\Big] = 2$$

il punto $\bar{x}$ è regolare.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq M \end{array} \qquad (P)$$

con $x \in R^n$, A matrice $m \times n$ e $M \in R^n$ con $0 < M < \infty$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili del problema duale sono $n + m$.

VERO **X**	FALSO

2. Se il sistema $Ax = b$ NON ammette soluzioni tali che $0 \leq x \leq M$, allora il problema duale ammette soluzione ottima finita.

VERO	FALSO **X**

3. Un punto $(\bar{u},\ \bar{y})^T \in R^{m+n}$ tale che

$$A^T \bar{u} + \bar{y} = c, \qquad \bar{y} \geq 0$$

è ammissibile per il duale.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema primale può essere illimitato.

VERO	FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (giallo)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \ (x_1 - x_2^2)^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è strettamente convessa.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. Il punto $(0,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del 2ndo ordine.

   VERO **X** FALSO ☐

3. Il problema ammette un'unica soluzione globale.

   VERO ☐ FALSO **X**

4. Nel punto $(0,\ -1)^T$, la direzione $d = (0,\ 1)^T$ risulta essere di discesa.

   VERO **X** FALSO ☐

5. Nel punto $(0,\ 1)^T$, la direzione del metodo di Newton è $d = (1,\ 0)^T$.

   VERO **X** FALSO ☐

Esercizio 2(*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} x_i^2 + \sum_{i=1}^{3} x_i + 1\right) \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO **X**	FALSO

2. Per utilizzare le condizioni necessarie di KKT NON è necessario effettuare un'analisi di regolarità dei vincoli.

VERO **X**	FALSO

3. Il punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ NON soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO	FALSO **X**

4. Esiste un punto di KKT con $x_1 = 0$.

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ NON è la soluzione globale del problema.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 3.(*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 + 6x_3 \\ & x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 4 \\ & -x_1 + 2x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + u_2 \geq 6 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \min & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + 2u_2 \geq 6 \\ & u_1, u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO | FALSO **X**

3. Il punto $(3,\ 1)^T$ è ammissibile per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del duale $b^T u^*$ è tale che $b^T x^* \geq 13$.

VERO | FALSO **X**

4. Il problema primale è illimitato.

VERO | FALSO **X**

5. Il punto $(\frac{5}{4},\ -\frac{3}{4})^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO **X** | FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione così definito:

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{i=1}^{m}(a_i y_i - \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}) \\ & \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij} \leq t_i, \quad \forall i = 1, \ldots, m \end{array}$$

1. La seguente rappresentazione di variabili e parametri è corretta;

```
param m;
param n;

param c{1m,1n};
param a{1m};
param t{1m};
param q{1m,1n};
var x{1m,1n};
var y{1m};
```

VERO | FALSO **X**

2. La funzione obiettivo del problema è corretta:

```
minimize f:sum{i in 1..m}a[i]*y[i]-sum{i in 1..m,j in
 1..n}c[i,j]*x[i,j];
```

VERO **X**	FALSO

3. La seguente scrittura dei vincoli è corretta:

```
s.t. v:sum{j in 1..n,i in 1..m}q[i,j]*x[i,j]<=t[i];
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x) = -\frac{1}{2}\|x\|^2 + c^T x$$

con $c \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è quadratica convessa.

VERO	FALSO **X**

2. Il punto $x = c$ è stazionario.

VERO **X**	FALSO

3. In un punto x^k, il metodo del gradiente con ricerca di linea é definito da un'iterazione del tipo:
$$x^{k+1} = x^k - \alpha(x^k - c)$$

VERO	FALSO **X**

4. In un punto x^k, la direzione del metodo di Newton puro è
$$d^k = -x^k + c$$
.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}x^T Ax + c^T x \\ & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \ldots, p \end{array}$$

con $x \in R^n$, A matrice simmetrica $n \times n$ e $g_i(x)$ funzioni convesse per $i = 1, \ldots, p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Sia A definita positiva. Il problema può non avere un minimo globale.

VERO **X**	FALSO

2. Il problema NON è sempre convesso.

VERO **X**	FALSO

3. Se un vincoli $g_i(x) \leq 0$ è sostituito da $g_i(x) \leq \varepsilon$ con $\varepsilon > 0$, la soluzione del problema NON può peggiorare.

VERO **X**	FALSO

4. Se in un punto $\bar{x}$ sono attivi solo i vincoli g_1 e g_2 (cioè $g_1(\bar{x}) = 0$, $g_2(\bar{x}) = 0$ e $g_i(\bar{x}) < 0$ per $i = 3, \ldots, p$) e risulta

$$\text{rango}\big[\nabla g_1(\bar{x}) \;\; \nabla g_1(\bar{x})\big] = 2$$

il punto $\bar{x}$ NON è regolare.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq M \end{array} \qquad (P)$$

con $x \in R^n$, A matrice $m \times n$ e $M \in R^n$ con $0 < M < \infty$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili del problema duale sono $n + m$ di cui n vincolate in segno.

VERO **X**	FALSO

2. Se il sistema $Ax = b$ ammette soluzioni tali che $0 \leq x \leq M$, allora il problema primale ammette soluzione ottima finita.

VERO **X**	FALSO

3. Un punto $(\bar{u}, \; \bar{y})^T \in R^{m+n}$ tale che

$$A^T \bar{u} - \bar{y} \leq c$$

NON è ammissibile per il duale.

VERO **X**	FALSO **X**

4. Il problema primale può solo essere vuoto o avere soluzione ottima.

VERO **X**	FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (rosa)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (x_1 - x_2^2)^2 + 2x_2^3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è strettamente convessa.

   VERO FALSO **X**

2. Il punto $(0,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del 2ndo ordine.

   VERO FALSO **X**

3. Il problema ammette infinite soluzioni globali.

   VERO FALSO **X**

4. Nel punto $(0,\ 1)^T$, la direzione $d = (0,\ 1)^T$ risulta essere di discesa.

   VERO FALSO **X**

5. Nel punto $(0,\ -1)^T$, una ricerca di linea di tipo Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente NON accetta passo $\frac{1}{2}$ (valore del parametri $\gamma = \frac{1}{4}$)

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2(*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} x_i^2 + \sum_{i=1}^{3} x_i + 1\right) \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. Per utilizzare le condizioni necessarie di KKT è necessario effettuare un'analisi di regolarità dei vincoli.

VERO	FALSO **X**

3. Il punto $\begin{pmatrix}0, & 0, & 1\end{pmatrix}$ NON soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO	FALSO **X**

4. NON esiste un punto di KKT con $x_1 = \frac{1}{3}$.

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $\begin{pmatrix}0, & 0, & 1\end{pmatrix}$ NON è una soluzione locale del problema.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 3.(*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 - x_2 + 6x_3 \\ & x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 4 \\ & -x_1 + 2x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + u_2 \geq 6 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \min & 4u_1 + u_2 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & 2u_1 \geq -1 \\ & 6u_1 + 2u_2 \geq 6 \\ & u_1 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. Il punto $(3,\ 1)^T$ è ammissibile per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del duale $b^T u^*$ è tale che $b^T x^* \geq 13$.

VERO FALSO **X**

4. Il problema duale è illimitato.

VERO FALSO **X**

5. Il punto $(\frac{1}{4},\ 0,\ \frac{5}{8},\ 0)^T$ è ottimo per il problema primale.

VERO **X** FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione così definito:

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{i=1}^{m}(a_i y_i - \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}) \\ & \sum_{j=1}^{n} q_{ij} x_{ij} \leq t_i, \quad \forall i = 1, \dots, m \end{array}$$

Si supponga inoltre che $m = 2$, $n = 3$ e i valori assunti dai parametri siano i seguenti:

c			a	t	q		
1	3	4	2	25	3	1	8
2	8	0	6	37	2	8	7

1. La seguente assegnazione di m e n (file .dat) è corretta:

```
param m,n =2,3;
```

VERO FALSO **X**

2. La seguente assegnazione dei parametri a e t è corretta:

```
param : a t :=
      1 2 25
      2 6 37;
```

VERO **X** FALSO

3. La seguente assegnazione del parametro q è corretta:

```
param q: 1 2 3
    1    3 1 8
    2    2 8 7;
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x) = -\frac{1}{2}\|x\|^2 + c^T x$$

con $c \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è quadratica strettamente convessa.

VERO	FALSO **X**

2. Il punto $x = c$ è un minimo locale.

VERO	FALSO **X**

3. In un punto x^k, il metodo del gradiente con ricerca di linea é definito da un'iterazione del tipo:

$$x^{k+1} = x^k + \alpha x^k$$

VERO	FALSO **X**

4. In un punto x^k, la direzione del metodo di Newton puro è di discesa.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & \frac{1}{2}x^T Ax + c^T x \\ & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \ldots, p \end{array}$$

con $x \in R^n$, A matrice simmetrica $n \times n$ e $g_i(x)$ funzioni convesse per $i = 1, \ldots, p$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema ammette sicuramente un minimo globale.

VERO	FALSO **X**

2. Sia A semidefinita positiva. Il problema è convesso.

VERO **X**	FALSO

3. Se un vincoli $g_i(x) \leq 0$ è sostituito da $g_i(x) \leq \varepsilon$ con $\varepsilon < 0$, la soluzione del problema può migliorare.

VERO	FALSO **X**

4. Se in un punto $\bar{x}$ sono attivi solo i vincoli g_1 e g_2 (cioè $g_1(\bar{x}) = 0$, $g_2(\bar{x}) = 0$ e $g_i(\bar{x}) < 0$ per $i = 3, \ldots, p$) e risulta
$$\text{rango}\Big[\nabla g_1(\bar{x}) \quad \nabla g_1(\bar{x})\Big] = 1$$
il punto $\bar{x}$ è regolare.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq M \end{array} \qquad (P)$$

con $x \in R^n$, A matrice $m \times n$ e $M \in R^n$ con $0 < M < \infty$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili del problema duale sono $n + m$ tutte vincolate in segno.

VERO	FALSO **X**

2. Se il sistema $Ax = b$ NON ammette soluzioni tali che $0 \leq x \leq M$, allora il problema duale o è vuoto o è illimitato.

VERO **X**	FALSO

3. Un punto $(\bar{u},\ \bar{y})^T \in R^{m+n}$ tale che
$$A^T \bar{u} - \bar{y} \leq c, \quad \bar{y} \geq 0$$
è ammissibile per il duale.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema primale non può essere illimitato.

VERO **X**	FALSO