ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (bianco)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \; f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1x_2 - 4x_1 + 2x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa in R^2.

   VERO **X** | FALSO

2. Il punto $(1/2, \; -1/2)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** | FALSO

3. Il punto $(1/2, \; -1/2)^T$ è minimo globale unico.

   VERO **X** | FALSO

4. Le direzioni $d^1 = (0, \; -5)^T$, $d^2 = (1, \; 0)^T$ sono mutuamente coniugate tra loro.

   VERO | FALSO **X**

5. A partire dal punto iniziale $x^0 = (0, \; 0)^T$, il metodo del gradiente con una ricerca di linea esatta determina un punto x^1 con valore della funzione obiettivo inferiore rispetto quello in x^0.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \ & x+y \\ & x^2+y^2+\frac{1}{2}z^2 \le 1 \\ & x^2+y^2 = 1 \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. Il problema ammette soluzione globale.

   VERO **X** FALSO ☐

3. Nel punto $(1,\ 0,\ 0)^T$ i vincoli sono regolari .

   VERO ☐ FALSO **X**

4. Il punto $(0,\ 1,\ 0)^T$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

   VERO **X** FALSO ☐

5. La funzione

   $$P = x+y+\frac{1}{\varepsilon}\Big(\Big(x^2+y^2+\frac{1}{2}z^2-1\Big)^2+\max\{x^2+y^2-1,0\}^2+(-x)^2\Big)$$

   è una funzione di penalità sequenziale esterna per il problema.

   VERO ☐ FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \ & -6x_1-3x_2-3x_3 \\ & x_1+x_2+x_3 \le 3 \\ & 2x_1+x_2+x_3 = 4 \\ & x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste). Sia $\bar{x} = (3/2,\ 0,\ 1)$ un punto ammissibile per il primale e sia $\bar{u} = (6,\ 0)^T$ un punto ammissibile per il duale.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \ & 3u_1+4u_2 \\ & u_1+2u_2 \ge 6 \\ & u_1+u_2 \ge 3 \\ & u_1+u_2 \ge 3 \\ & u_1 \ge 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & -3u_1 + 4u_2 \\ & -u_1 + 2u_2 \leq -6 \\ & -u_1 + u_2 \leq -3 \\ & -u_1 + u_2 \leq -3 \\ & u_1 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. Sia u^* la soluzione ottima del duale se esiste. Si ha $12 \leq |b^T u^*| \leq 18$.

VERO **X** FALSO

4. Il punto $x^* = (2,\ 0,\ 0)^T$ è ottimo per il problema primale.

VERO **X** FALSO

5. Esiste una soluzione per il problema duale.

VERO **X** FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \sin(\sum_{i=1}^{n} x_i) - \sum_{j=1}^{m} \cos(y_j) \\ c_{ij} x_i \leq y_j \quad i = 1, \dots, n,\ j = 1, \dots, m \end{array} \tag{1}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_{ij}, con $i = 1, \dots, n$ $j = 1, \dots, m$ è un parametro del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param n;
param m;
param c{1..n,1..m};
var x{1..n};
var y{1..m};
```

VERO **X** FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è esatta:

```
minimize obiettivo{i in 1..n}:  sin(x[i])-cos(sum{j in 1..m}y[j])
```

VERO FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{i in 1..n,j in 1..m}:  c[i,j]*x[i]<=y[j];
```

VERO **X**   FALSO

Esercizio 5. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{x \in R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + C x^T x$$

con Q matrice simmetrica $n \times n$ e C costante strettamente positiva, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $\bar{x} = 0$ è sempre un punto stazionario.

   VERO **X**   FALSO

2. La funzione è quadratica con matrice hessiana è $Q + 2CI$ dove I indica la matrice identità $n \times n$.

   VERO **X**   FALSO

3. Se Q è semidefinita positiva, la funzione ammette minimo per ogni valore di $C > 0$.

   VERO **X**   FALSO

4. Se Q è definita positiva, il metodo del gradiente con ricerca di linea di Armijo converge al minimo della funzione.

   VERO **X**   FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & Ax \leq b \end{array}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è coerciva ed esiste un punto ammissibile, allora il problema ammette soluzione globale.

   VERO **X**   FALSO

2. Se $f(x)$ è convessa le condizioni di KKT sono necessarie e sufficienti.

   VERO **X**   FALSO

3. Il problema si può risolvere con un metodo di penalità interna.

   VERO **X**   FALSO

4. Il problema si può risolvere con un metodo di penalità esterna.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & A_1 x \le b_1 \\ & A_2 x \ge b_2 \\ & x \ge 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $x \in R^n$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha $m_1 + m_2$ variabili duali di cui solo m_1 sono vincolate in segno.

VERO	FALSO **X**

2. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1+m_2}$ tale che $-A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 \le c$, $(\bar{u}_1, \bar{u}_2) \ge 0$, è ammissibile per il duale.

VERO **X**	FALSO

3. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1+m_2}$ tale che $A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 = c$, $(\bar{u}_1, \bar{u}_2) \ge 0$, è ammissibile per il duale.

VERO	FALSO **X**

4. Se $\bar{x}$ è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1+m_2}$ è una soluzione ammissibile per il duale e risulta $c^T \bar{x} = b_1^T \bar{u} + b_2^T \bar{u}_2$, allora $\bar{x}$, $\bar{u}$ sono ottimi.

VERO **X**	FALSO