ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Questo foglio NON deve essere consegnato e serve per poter effettuare un'**AUTOVALUTAZIONE** seguendo i seguenti criteri:
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Voto previsto con autovalutazione

Esercizio 1. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^3x_2 + x_1x_2^3 + x_1^2x_2^2 - x_1 - 2x_1x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(0, \; -1)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** | FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(0, \; -1)^T$ è un minimo locale stretto

   VERO | FALSO **X**

4. Nel punto $(1, 1)^T$ la direzione che risolve il sistema di Newton è definita ma non è di discesa.

   VERO | FALSO **X**

5. Nel punto $x^0 = (1, \; 1)^T$ una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente è soddisfatta con passo $\alpha = \frac{1}{4}$ per valori di $\gamma \leq \frac{1}{25}$).

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 2. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + x_2 + x_3 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo è coerciva

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema è convesso.

   VERO **X** | FALSO

3. Si può affermare che il problema ammette una soluzione globale.

   VERO **X** | FALSO

4. Il moltiplicatore $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2}$ soddisfa, con opportuni valori di x_1, x_2, x_3, le condizioni di KKT.

   VERO **X** | FALSO

5. Se nel vincolo si sostituisce a 1 il valore $1 - \varepsilon$ con $\varepsilon \in (0, \frac{1}{2}]$, la soluzione migliora.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 3. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 6x_1 + 10x_2 \\ & -2x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ & 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ & -x_1 - 5x_2 \leq -5 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (2, \; 1)^T$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & -2y_1 + 3y_2 - y_3 \geq 6 \\ & 3y_1 + 5y_2 - 5y_3 = 10 \\ & y_1 \geq 0, \; y_2 \geq 0, \; y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO **X** | FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & -2y_1 + 3y_2 - y_3 \geq 6 \\ & 3y_1 + 5y_2 - 5y_3 = 10 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Il punti $(0,\ 3)^T$ e $(10,\ -3)^T$ sono entrambi ottimi per il problema primale.

VERO	FALSO **X**

4. Il problema duale è vuoto.

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $y^* = (0,\ 2,\ 0)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (*punteggio massimo = 3, punteggio minimo =-1.5*) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} & \min \ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{j=1}^{m} y_j\right)^2 \\ & \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_i \leq y_j \quad j = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{1}$$

dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_{ij}, con $i = 1, \ldots, n$ $j = 1, \ldots, m$ è un parametro del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param c{1..n,1..m};
var x{1..n};
var y{1..m};
param n;
param m;
```

VERO	FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è esatta:

```
minimize obiettivo{i in 1..n}: sum(x[i]**2)-(sum{j in 1..m}y[j])**2;
```

VERO	FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{i in 1..n,j in 1..m}:  c[i,j]*x[i]<=y[j];
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{x \in R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + C x^T x$$

con Q matrice simmetrica $n \times n$ e C costante strettamente positiva, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se Q è indefinita, esiste un valore di $C > 0$ per il quale la funzione è strettamente convessa.

VERO **X**	FALSO

2. Il punto $\bar{x} = 0$ è sempre un punto stazionario.

VERO **X**	FALSO

3. La funzione è quadratica con matrice hessiana è $Q + 2CI$ dove I indica la matrice identità $n \times n$.

VERO **X**	FALSO

4. Se Q è definita positiva, il metodo del gradiente con ricerca di linea di Armijo converge al minimo della funzione.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax \leq b \end{array}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, A matrice $m \times n$, $b \in R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita negativa per ogni $x \in R^n$, il problema ammette soluzione globale.

VERO	FALSO **X**

2. Le condizioni di KKT sono necessarie solo se i vincoli sono regolari.

VERO	FALSO **X**

3. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita negativa per ogni $x \in R^n$, le condizioni di KKT sono anche sufficienti.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema si può risolvere con un metodo di penalità interna.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7 (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_1 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1^T,\ x_2^T)^T$ $x_1 \in R^{n_1}$ e $x_2 \in R^{n_2}$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono $n_1 + n_2$ tutti di uguaglianza.

   VERO | FALSO **X**

2. Se $\bar{x} = (\bar{x}_1,\ \bar{x}_2)$ è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u} \in R^m$ è una soluzione ammissibile per il duale e risulta $c_1^T \bar{x}_1 + c_2^T \bar{x}_2 = b^T \bar{u}$, allora $\bar{x}$, $\bar{u}$ sono ottimi.

   VERO **X** | FALSO

3. Un punto $\bar{u} \in R^m$ tale che $-A_1^T \bar{u} = c_1$ and $-A_2^T \bar{u} \leq c_2$, $\bar{u} \geq 0$, è ammissibile per il duale.

   VERO | FALSO **X**

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} \leq c_1$, $A_2^T \bar{u} = c_2$, allora $\bar{u}$ è un punto ammissibile del duale.

   VERO **X** | FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B (rosa)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Questo foglio NON deve essere consegnato e serve per poter effettuare un'**AUTOVALUTAZIONE** seguendo i seguenti criteri:
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Voto previsto con autovalutazione

Esercizio 1. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \ x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 + x_1^2 x_2^2 - x_2 - 2x_1 x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione non è convessa.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(-1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(-1,\ 0)^T$ non è un minimo locale

   VERO **X** FALSO

4. Nel punto $(0, 1)^T$ è possibile determinare la direzione che soddisfa il sistema di Newton ed è ortogonale al gradiente.

   VERO **X** FALSO

5. Il passo $\alpha = 1$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (0,\ 1)^T$ (valore di $\gamma \leq \frac{1}{5}$).

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 + x_3 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo è coerciva

VERO | FALSO **X**

2. Il problema è convesso.

VERO **X** | FALSO

3. Si può affermare che il problema ammette una soluzione globale.

VERO **X** | FALSO

4. Il moltiplicatore $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2}$ soddisfa, con opportuni valori di x_1, x_2, x_3, le condizioni di KKT.

VERO **X** | FALSO

5. Se nel vincolo si sostituisce a 1 il valore $1 - \varepsilon$ con $\varepsilon \in (0, \frac{1}{2}]$, la soluzione migliora.

VERO | FALSO **X**

Esercizio 3. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 3x_1 + 15x_2 \\ & 2x_1 - 3x_2 \ge -18 \\ & 3x_1 + 5x_2 \ge 15 \\ & x_1 + 5x_2 \ge -5 \\ & x_1 \ge 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (6,\ 2)^T$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & 2y_1 + 3y_2 + y_3 \le 3 \\ & -3y_1 + 5y_2 + 5y_3 = 15 \\ & y_1 \ge 0,\ y_2 \ge 0,\ y_3 \ge 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** | FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & -18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 3 \\ & -3y_1 + 5y_2 + 5y_3 = 15 \\ & y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO ☐ FALSO **X**

3. Si ha $c^T x^* \leq 48$.

VERO **X** FALSO ☐

4. I punti $(0,\ -1)^T$ e $(5,\ -2)^T$ sono entrambi ottimi per il problema primale .

VERO ☐ FALSO **X**

5. Il punto $y^* = (0,\ 0,\ 3)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO **X** FALSO ☐

Esercizio 4. (*punteggio massimo = 3, punteggio minimo =-1.5*) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} & \min \ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{j=1}^{m} y_j \right)^2 \\ & \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_i \leq y_j \quad j = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{2}$$

dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_{ij}, con $i = 1, \ldots, n$ $j = 1, \ldots, m$ è un parametro del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param n;
param m;
param c{1..n,1..m};
var x{1..n};
var y{1..m};
```

VERO **X** FALSO ☐

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è esatta:

```
minimize obiettivo{j in 1..m}:  sum{i in 1..n}(x[i]**2)-(sum y[j])**2;
```

VERO ☐ FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{j in 1..m}:sum{i in 1..n} c[i,j]*x[i]<=y[j];
```

VERO **X**	FALSO

Esercizio 5. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{x\in R^n} \frac{1}{2}x^TQx + Cx^Tx$$

con Q matrice simmetrica $n \times n$ e C costante qualsiasi, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se Q è semidefinita positiva e $C \geq 0$, la funzione è convessa.

VERO **X**	FALSO

2. Il punto $\bar{x} = 0$ è sempre l'unico punto stazionario.

VERO	FALSO **X**

3. La funzione è quadratica con matrice hessiana è $Q + 2CI$ dove I indica la matrice identità $n \times n$.

VERO **X**	FALSO

4. Se Q è indefinita e $C > -\lambda_{\min} > 0$ (dove $\lambda_{\min}$ è l'autovalore minimo di Q), il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta converge al minimo della funzione.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax \leq b \end{array}$$

con $f : R^n \to R$, A matrice $m \times n$, $b \in R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita negativa per ogni $x \in R^n$, il problema non ammette soluzione globale.

VERO	FALSO **X**

2. Le condizioni di KKT sono necessarie solo se i vincoli sono regolari.

VERO	FALSO **X**

3. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita positiva per ogni $x \in R^n$, le condizioni di KKT sono anche sufficienti.

VERO	FALSO **X**

4. Il problema non si può risolvere con un metodo di penalità interna.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7 (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1^T,\ x_2^T)^T$ $x_1 \in R^{n_1}$ e $x_2 \in R^{n_2}$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono $n_1 + n_2$ di cui n_1 di uguaglianza e n_2 di disuguaglianza.

   VERO **X** FALSO

2. Se $\bar{x} = (\bar{x}_1^T,\ \bar{x}_2^T)^T$ è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u}$ è una soluzione ammissibile per il duale può accadere $c_1^T \bar{x}_1 + c_2^T \bar{x}_2 \geq b^T \bar{u}$.

   VERO **X** FALSO

3. L'insieme ammissibile duale è dato da tutti i punti $\bar{u} \in R^m$ tali che $A_1^T \bar{u} = c_1$ and $A_2^T \bar{u} \leq c_2$, e $\bar{u} \geq 0$.

   VERO FALSO **X**

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} = c_1$, $A_2^T \bar{u} \leq c_2$, allora $\bar{u}$ è un punto ammissibile del duale.

   VERO **X** FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (azzurro)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2^o anno**

Questo foglio NON deve essere consegnato e serve per poter effettuare un'**AUTOVALUTAZIONE** seguendo i seguenti criteri:
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Voto previsto con autovalutazione

Esercizio 1. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^3x_2 + x_1x_2^3 + x_1^2x_2^2 - x_1 + x_2 - 2x_1x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione non è convessa.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(0,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(0,\ 0)^T$ è un punto di sella.

   VERO FALSO **X**

4. L'approssimazione quadratica nel punto $(1,\ 1)^T$ è convessa e non ammette minimo.

   VERO **X** FALSO

5. Nel punto $x^0 = (0,\ -1)^T$ una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente è soddisfatta con passo $\alpha = 1$ per qualunque valore di $\gamma \in [0, \frac{1}{2})$.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + x_2 + x_3 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo NON è coerciva

   VERO **X** FALSO

2. Il problema NON è convesso.

   VERO FALSO **X**

3. Il problema NON ammette una soluzione globale.

   VERO FALSO **X**

4. Il moltiplicatore $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2}$ NON soddisfa, con opportuni valori di x_1, x_2, x_3, le condizioni di KKT.

   VERO FALSO **X**

5. Se nel vincolo si sostituisce a 1 il valore $1 - \varepsilon$ con $\varepsilon \in (0, \frac{1}{2}]$, la soluzione peggiora.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 3. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 10x_1 + 6x_2 \\ & 3x_1 - 2x_2 \leq 18 \\ & 5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ & -5x_1 - x_2 \leq -5 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (1,\ 2)^T$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & 3y_1 + 5y_2 - 5y_3 = 10 \\ & -2y_1 + 3y_2 - y_3 \geq 6 \\ & y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO **X** FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & 3y_1 + 5y_2 - 5y_3 = 10 \\ & -2y_1 + 3y_2 - y_3 \geq 6 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Si ha $c^T x^* \geq 22$.

VERO **X**	FALSO

4. I punti $(3,\ 0)^T$ e $(0,\ 5)^T$ sono entrambi ottimi per il problema primale.

VERO **X**	FALSO

5. Il punto $y^* = (0,\ 2,\ 0)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (*punteggio massimo = 3, punteggio minimo =-1.5*) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{j=1}^{m} y_j\right)^2 \\ & \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_i \leq y_j \quad j = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{3}$$

dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_{ij}, con $i = 1, \ldots, n$ $j = 1, \ldots, m$ è un parametro del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param n;
param m;
param c{ set n, set m};
var x{set n};
var y{ set m};
```

VERO	FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è esatta:

```
minimize obiettivo:  sum{i in 1..n}(x[i]**2)-(sum{j in 1..m} y[j])**2;
```

VERO **X**	FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{j in 1..m}:sum{i in 1..n} c[i,j]*x[i]<=y[j];
```

VERO **X**	FALSO

Esercizio 5. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{x \in R^n} \frac{1}{2} x^T Q x + C x^T x$$

con Q matrice simmetrica $n \times n$ e C costante strettamente positiva, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se Q è indefinita e $C > -\lambda_{\min} > 0$ (dove $\lambda_{\min}$ è l'autovalore minimo di Q) la funzione è convessa.

VERO **X**	FALSO

2. Se Q è definita positiva, il punto $\bar{x} = 0$ è l'unico punto stazionario.

VERO **X**	FALSO

3. La funzione è quadratica con matrice hessiana è $Q + 2CI$ dove I indica la matrice identità $n \times n$.

VERO **X**	FALSO

4. Se Q è semidefinita e $C > 0$, il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta NON converge al minimo della funzione.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 6. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax \leq b \end{array}$$

con $f : R^n \to R$, A matrice $m \times n$, $b \in R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita negativa per ogni $x \in R^n$, il problema ammette soluzione globale.

VERO	FALSO **X**

2. Le condizioni di KKT sono necessarie solo se i vincoli sono regolari.

VERO	FALSO **X**

3. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita positiva per ogni $x \in R^n$, le condizioni di KKT sono anche sufficienti.

VERO	FALSO **X**

4. Il problema si può risolvere con un metodo di penalità interna.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7(*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & A_1 x \geq b_1 \\ & A_2 x \leq b_2 \\ & x \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $b_1 \in R^{m_1}$ e $b_2 \in R^{m_2}$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili del problema duale sono $m_1 + m_2$ tutte vincolate in segno.

VERO **X**	FALSO

2. Se $\bar{x}$ è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u} = (\bar{u}_1^T,\ \bar{u}_2^T)^T$, con $\bar{u}_1 \in R^{m_1}$ e $\bar{u}_2 \in R^{m_2}$, è una soluzione ammissibile per il duale e risulta $c^T\bar{x} = b_1^T\bar{u}_1 - b_2^T\bar{u}$, allora $\bar{x}$, $\bar{u}$ sono ottimi.

VERO **X**	FALSO

3. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1^T,\ \bar{u}_2^T)^T \in R^{m_1+m_2}$ tale che $A_1^T\bar{u}_1 + A_2^T\bar{u}_2 \geq c$, è ammissibile per il duale.

VERO	FALSO **X**

4. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1^T,\ \bar{u}_2^T)^T \in R^{m_1+m_2}$ è un punto tale che $A_1^T\bar{u}_1 - A_2^T\bar{u}_2 \leq c$, $\bar{u} \geq 0$, allora $\bar{u}$ è un punto ammissibile del duale.

VERO	FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (bianco)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Questo foglio NON deve essere consegnato e serve per poter effettuare un'**AUTOVALUTAZIONE** seguendo i seguenti criteri:
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Voto previsto con autovalutazione

Esercizio 1. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*) Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 + x_1^2 x_2^2 + x_2 - 2x_1 x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è strettamente convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** | FALSO

3. Il punto $(1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del secondo ordine.

   VERO | FALSO **X**

4. L'approssimazione quadratica nel punto $(0,\ -1)^T$ è convessa e ammette un unico punto di minimo.

   VERO | FALSO **X**

5. Nel punto $x^0 = (1,\ 1)^T$ una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente è soddisfatta con passo $\alpha = \frac{1}{5}$ per qualunque valore di $0 \leq \gamma \leq \frac{1}{5}$.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 2. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 + x_3 \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo NON è coerciva

   VERO **X** | FALSO

2. Il problema NON è convesso.

   VERO | FALSO **X**

3. Il problema NON ammette una soluzione globale.

   VERO | FALSO **X**

4. Il moltiplicatore $\lambda = \frac{\sqrt{3}}{2}$ NON soddisfa, con opportuni valori di x_1, x_2, x_3, le condizioni di KKT.

   VERO | FALSO **X**

5. Se nel vincolo si sostituisce a 1 il valore $1 - \varepsilon$ con $\varepsilon \in (0, \frac{1}{2}]$, la soluzione peggiora.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 3. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 15x_1 + 3x_2 \\ & -3x_1 + 2x_2 \geq -18 \\ & 5x_1 + 3x_2 \geq 15 \\ & 5x_1 + x_2 \geq -5 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (2,\ 6)^T$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -18y_1 + 15y_2 - 5y_3 \\ & -3y_1 + 5y_2 + 5y_3 = 15 \\ & 2y_1 + 3y_2 + y_3 \leq 3 \\ & y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO **X** | FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 18y_1 - 15y_2 + 5y_3 \\ & -3y_1 + 5y_2 + 5y_3 = 15 \\ & 2y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 3 \\ & y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Si ha $c^T x^* \leq 48$.

VERO **X**	FALSO

4. I punti $(0,\ 5)^T$ e $(-3,\ 10)^T$ sono entrambi ottimi per il problema primale .

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $y^* = (0,\ 3,\ 0)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 4. (*punteggio massimo = 3, punteggio minimo =-1.5*) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} \min \ & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{j=1}^{m} y_j \right)^2 \\ & \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_i \leq y_j \quad j = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{4}$$

dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_{ij}, con $i = 1, \ldots, n$ $j = 1, \ldots, m$ è un parametro del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param n;
param m;
param c{n,m};
var x{n};
var y{m};
```

VERO	FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è esatta:

```
minimize obiettivo:  sum{i in 1..n}(x[i]**2)-(sum{j in 1..m} y[j])**2;
```

VERO **X**	FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1:sum{i in 1..n} c[i,j]*x[i]<=y[j];
```

VERO | FALSO **X**

Esercizio 5. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{x \in R^n} \ \frac{1}{2} x^T Q x + C x^T x$$

con Q matrice simmetrica $n \times n$ e C costante strettamente positiva, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se Q è semidefinita positiva, la funzione è strettamente convessa per qualunque valore di $C > 0$.

   VERO **X** | FALSO

2. Il punto $\bar{x} = 0$ è l'unico minimo globale per qualunque matrice Q.

   VERO | FALSO **X**

3. La funzione è quadratica con matrice hessiana Q.

   VERO | FALSO **X**

4. Se Q è definita positiva, il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta converge al minimo della funzione.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 6. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax \leq b \end{array}$$

con $f : R^n \to R$, A matrice $m \times n$, $b \in R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita positiva per ogni $x \in R^n$, il problema ammette soluzione globale.

   VERO | FALSO **X**

2. Le condizioni di KKT sono necessarie solo se i vincoli sono regolari.

   VERO | FALSO **X**

3. Se la matrice $\nabla^2 f(x)$ è definita negativa per ogni $x \in R^n$, le condizioni di KKT sono anche sufficienti.

   VERO **X** | FALSO

4. Il problema non si può risolvere con un metodo di penalità interna.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 7(*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & A_1 x \leq b_1 \\ & A_2 x \geq b_2 \\ & x \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $b_1 \in R^{m_1}$ e $b_2 \in R^{m_2}$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono n tutti di disuguaglianza.

   VERO | FALSO

2. Se $\bar{x}$ è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u} = (\bar{u}_1^T,\ \bar{u}_2^T)^T$, con $\bar{u}_1 \in R^{m_1}$ e $\bar{u}_2 \in R^{m_2}$, è una soluzione ammissibile per il duale e risulta $c^T \bar{x} = -b_1^T \bar{u}_1 + b_2^T \bar{u}_2$, allora $\bar{x}$, $\bar{u}$ sono ottimi.

   VERO **X** | FALSO

3. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1^T,\ \bar{u}_2^T)^T \in R^{m_1+m_2}$ tale che $A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 \leq c$, è ammissibile per il duale.

   VERO | FALSO **X**

4. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1^T,\ \bar{u}_2^T)^T \in R^{m_1+m_2}$ è un punto tale che $-A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 \leq c$, $\bar{u} \geq 0$, allora $\bar{u}$ è un punto ammissibile del duale.

   VERO **X** | FALSO