ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** : **Voto** :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO **X** FALSO

2. La funzione ammette minimo.

   VERO **X** FALSO

3. Il punto $(0,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO **X** FALSO

4. È possibile affermare che il punto $(0,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2})^T$ è un minimo globale.

   VERO **X** FALSO

5. Il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (1,\ 0,\ 0)^T$ (valore di $\gamma = \frac{1}{4}$).

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \\ & x_1 \geq 1 \\ & x_1 \geq x_2^2 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è regolare.

   VERO **X** | FALSO

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

   VERO **X** | FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT sono anche sufficienti.

   VERO **X** | FALSO

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT

   VERO **X** | FALSO

5. Se nel primo vincolo a 1 si sostituisce 0.9 la soluzione migliora

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 + 12x_2 + 8x_3 \\ & -2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1 \\ & -x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -2 \\ & x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (7/4, \ 3/4, \ 1/2)^T$.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 - 2u_2 \\ & -2u_1 - u_2 \leq 4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \\ & u_1, \ u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & -u_1 - 2u_2 \\ & -2u_1 - u_2 \leq 4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. Il punto $(10,\ 2)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq -14$.

VERO FALSO **X**

4. I punti $x^* = (11/10,\ 3/10,\ 0)^T$ e $u^* = (0,\ -4)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO **X** FALSO

5. Il problema duale è illimitato.

VERO FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5} c_i y_j x_i^2 + \sum_{j=1}^{4} d_j y_j \\ \sum_{i=1}^{5} t_{ij}(x_i^2 \sqrt{y_j}) \leq d_j \quad j = 1, \ldots, 4 \\ lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \ldots, 4 \end{array}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_i, d_j, lb_j, ub_j t_{ij} con $i = 1, \ldots, 5$ $j = 1, \ldots, 4$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param c{5};
param d{4};
param u{5};
param lb{4};
param ub{4};
param t{5,4};
var x{5};
var y{4};
```

VERO FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo:  sum{i in 1..5}sum{j in 1..4}(c[i]*x[i]**2*y[j])
                     +sum{j in 1..4}d[j]*y[j];
```

VERO FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1:  sum{i=1..5}sum{j in 1..4}t[i,j]*x[i]**2*sqrt(y[j])<=d[j];
s.t.  box3{j in 1..4}:  y[j]>=lb[j];
s.t.  box4{j in 1..4}:  y[j]<=ub[j];
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \ f(x).$$

con $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Un punto $\bar{x}$ tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ è un minimo locale.

VERO	FALSO **X**

2. Sia f convessa, allora $\nabla^2 f(x) \succeq 0$ per ogni $x \in R^n$.

VERO **X**	FALSO

3. La direzione di Newton è definita in un qualunque punto x^k .

VERO	FALSO **X**

4. Il metodo del gradiente determina, se esiste, il minimo della funzione in al più n passi.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax = b \end{array}$$

con $f : R^n \rightarrow \ R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo basato su un Lagrangiano aumentato.

VERO **X**	FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO	FALSO **X**

4. Se $L(x, \mu) = -f(x) + \mu^T(Ax - b)$, risulta $\nabla^2 L(x, \mu) = -\nabla^2 f(x)$.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7 . (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 \le b \\ & x_1 \ge 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1,\ x_2) \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

   VERO **X** FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita, allora anche il problema primale ammette soluzione ottima finita e all'ottimo si può avere $b^T u^* < c^T x^*$.

   VERO FALSO **X**

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} \ge c_1$ and $A_2^T \bar{u} = c_2$, $\bar{u} \ge 0$, allora $b^T \bar{u} \ge c^T x^*$.

   VERO **X** FALSO

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} + A_2^T \bar{u} = c_1 + c_2$, $\bar{u} \ge 0$, allora $\bar{u}$ è un punto ammissibile del duale.

   VERO FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito B (rosa)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** : **Voto** :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^4 - x_2^4 + 4x_1^2x_2^2 + \frac{1}{2}x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(0,\ \frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(0,\ \frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del secondo ordine

   VERO FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(0,\ \frac{1}{2})^T$ è un minimo locale.

   VERO FALSO **X**

4. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $x^0 = (1,\ 0)^T$ ammette un unico punto di minimo.

   VERO **X** FALSO

5. La direzione di Newton nel punto $x^0 = (1,\ 0)^T$ è definita ed è di discesa.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$
\begin{aligned}
\min\ & (x_1-1)^2 + x_2^2 \\
& x_1 \geq 0 \\
& x_2 \geq 1 \\
& x_2 \geq x_1^2
\end{aligned}
$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è regolare.

   VERO **X** | FALSO

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

   VERO **X** | FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT sono anche sufficienti.

   VERO **X** | FALSO

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

   VERO **X** | FALSO

5. Se nel secondo vincolo a 1 si sostituisce 1.1 la soluzione migliora.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$
\begin{aligned}
\max \quad & -4x_1 - 12x_2 + 8x_3 \\
& 2x_1 - 4x_2 - x_3 \leq 1 \\
& x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 1 \\
& x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0
\end{aligned}
$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (0,\ 1/3,\ 0)$.

1. Il problema

$$
\begin{aligned}
\min\ & u_1 + u_2 \\
& 2u_1 + u_2 \geq -4 \\
& -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\
& -u_1 + 4u_2 \geq 8 \\
& u_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \min & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \\ & u_1,\ u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

3. Si ha $c^T x^* \geq -4$.

VERO **X**	FALSO

4. La funzione obiettivo all'ottimo vale 2.

VERO **X**	FALSO

5. I punti $(0,\ 0,\ 1/4)^T$ e $(0,\ 2)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5} c_i x_i^2 y_j + \sum_{j=1}^{4} d_j y_j \\ \sum_{i=1}^{5} t_{ij}(x_i^2 \sqrt{y_j}) \leq d_j \quad j = 1, \dots, 4 \\ lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \dots, 4 \end{array}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_i, d_j, lb_j, ub_j t_{ij} con $i = 1, \dots, 5$ $j = 1, \dots, 4$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (assumendo che in seguito siano assegnati i valori N=5, M=4):

```
param N;
param M;
param c{1..N};
param d{1..M};
param lb{1..M};
param ub{1..M};
param t{1..N,1..M};
var x{1..N};
var y{1..M};
```

VERO **X**	FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

```
minimize obiettivo:  sum{i in 1..N}(c[i]*x[i]**2*y[j])+d[j]*y[j];
```

VERO ☐ FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{j in 1..M}:  sum{i=1..N}t[i,j]*x[i]**2-y[j]<=d[j];
s.t.  box3:sum{j in 1..M}y[j]>=lb[j];
s.t.  box4:sum{j in 1..M}y[j]<=ub[j];
```

VERO ☐ FALSO **X**

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata della una funzione $f(x) = \|x - c\|^2$ ovvero si consideri il problema

$$\min_{R^n} \ \|x - c\|^2.$$

con $x \in R^n$, c vettore di R^n.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $\bar{x} = c$ è un minimo globale.

VERO **X** FALSO ☐

2. La funzione è quadratica e strettamente convessa.

VERO **X** FALSO ☐

3. La funzione può avere minimi locali non globali.

VERO ☐ FALSO **X**

4. Il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta converge al minimo della funzione.

VERO **X** FALSO ☐

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & Ax = b \end{array}$$

con $f : R^n \to R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è strettamente convesso.

VERO ☐ FALSO **X**

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo di penalità interna.

VERO	FALSO **X**

3. Le condizioni necessarie di KKT NON richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO **X**	FALSO

4. Risulta $\nabla^2 L(x, \mu) = \nabla^2 f(x)$.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7 . (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_1 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1,\ x_2)^T \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha $n_1 + n_2$ vincoli.

VERO **X**	FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^*, allora esiste una soluzione ammissibile $\bar{x}$ del problema primale.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} + A_2^T \bar{u} = c_2$, allora $\bar{u}$ è ammissibile per il duale.

VERO	FALSO **X**

4. Se il problema primale è illimitato, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO **X**	FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (verde)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** : **Voto** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - \frac{5}{2}x_1 - 3x_2 - 2x_3$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

   VERO **X** FALSO

2. Esiste un unico punto che risolve $\nabla f(x) = 0$.

   VERO **X** FALSO

3. Il punto $(1,\ \frac{1}{4},\ 0)^T$ è un minimo globale

   VERO **X** FALSO

4. La funzione è strettamente convessa.

   VERO **X** FALSO

5. Il passo $\alpha = \frac{5}{26}$ soddisfa una ricerca di linea esatta lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (1,\ 0,\ 0)^T$.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \\ & x_1 \geq 1 \\ & x_1 \geq x_2^2 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile non è regolare.

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

   VERO **X** | FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT non sono anche sufficienti.

   VERO | FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT

   VERO | FALSO **X**

5. Se nel primo vincolo a 1 si sostituisce 0.9 la soluzione non migliora

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & -4x_1 - 12x_2 + 8x_3 \\ & 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \min & u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \geq -4 \\ & -4u_1 + 3u_2 \geq -12 \\ & -u_1 + 4u_2 \geq 8 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

3. Il punto $(6, 0)$ è ammissibile per il duale e si ha $c^T x^* \geq 6$.

VERO	FALSO **X**

4. La funzione obiettivo all'ottimo vale -4/3.

VERO **X**	FALSO

5. I punti $(5/9,\ 0,\ 1/9)^T$ e $(-8/3,\ 4/3)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{4} c_i x_i^2 y_i^2 + \sum_{j=1}^{6} d_i y_j^3 \\ \sum_{i=1}^{5} t_{ij} x_i^2 \log(y_j) \leq d_j \quad j = 1, \ldots, 6 \\ lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \ldots, 6 \end{array}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_i, d_j, lb_j, ub_j t_{ij} con $i = 1, \ldots, 5$ $j = 1, \ldots, 6$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (assumendo che in seguito siano assegnati i valori N=5, M=4):

```
param N;
param M;
param c{1..N};
param d{1..M};
param lb{1..M};
param ub{1..M};
param t{1..N,1..M};
var x{1..N};
var y{1..M};
```

VERO **X**	FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è corretta:

```
minimize obiettivo{j in 1..M}:  sum{i in 1..N}(c[i]*(x[i]**2)*y[j]**2)
                 +sum{j in 1..M}d[j]*y[j];
```

VERO	FALSO X

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{j in 1..M}:  sum{i=1..N}t[i,j]*(x[i]**2*log(y[j]))<=d[j];
s.t.  box3:sum{j in 1..M}y[j]>=lb[j];
s.t.  box4:sum{j in 1..M}y[j]<=ub[j];
```

VERO	FALSO X

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x).$$

con $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Un punto $\bar{x}$ tale che $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succ 0$ è un minimo locale.

VERO X	FALSO

2. Sia f strettamente convessa, allora $\nabla^2 f(x) \succ 0$ per ogni $x \in R^n$.

VERO	FALSO X

3. La direzione di Newton è sempre di discesa.

VERO	FALSO X

4. Il metodo di Newton puro ha rapidità di convergenza quadratica.

VERO X	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & Ax = b \end{array}$$

con $f : R^n \rightarrow \; R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa allora il problema è convesso.

VERO X	FALSO

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo di penalità esterna.

VERO X	FALSO X

3. Le condizioni necessarie di KKT richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO	FALSO X

4. Risulta $\nabla^2 L(x, \mu) \neq \nabla^2 f(x)$.

VERO	FALSO

Esercizio 7 . (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1,\ x_2) \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha n_1 vincoli di uguaglianza e n_2 vincoli di disuguaglianza.

   VERO **X** FALSO

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u \in R^m$ tali che $A_1^T u = c_1$, $A_2^T u \leq c_2$, $u \geq 0$.

   VERO FALSO **X**

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è ammissibile per il duale, allora si ha $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

   VERO **X** FALSO

4. Se il problema primale è vuoto, il problema duale può non essere vuoto.

   VERO **X** FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (bianco)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** : **Voto** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \; x_1^4 - x_2^4 + 4x_1^2x_2^2 + 4x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(0,\; 1)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(0,\; 1)^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine

   VERO FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(0,\; 1)^T$ è un minimo globale.

   VERO FALSO **X**

4. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $x^0 = (1,\; 1)^T$ non ammette minimo.

   VERO **X** FALSO

5. Nel punto $x^0 = (1,\; 0)^T$ la direzione di Newton è definita e risulta essere di discesa.

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 1 \\ & x_2 \geq x_1^2 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile non è regolare.

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema ha un'unica soluzione globale.

   VERO **X** | FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT non sono anche sufficienti.

   VERO | FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ non soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

   VERO | FALSO **X**

5. Se nel secondo vincolo a 1 si sostituisce 1.1 la soluzione non migliora.

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \qquad & -4x_1 + 12x_2 + 8x_3 \\ & 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 4 \\ & x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max\ & 4u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \leq -4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   VERO | FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & 4u_1 + u_2 \\ & 2u_1 + u_2 \leq -4 \\ & 4u_1 - 3u_2 \leq 12 \\ & -u_1 + 4u_2 \leq 8 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (-5, \ -2)^T$ è ammissibile per il problema duale e si ha $c^T x^* \geq -22$.

VERO **X** FALSO

4. La funzione obiettivo all'ottimo vale -4.

VERO **X** FALSO

5. I punti $(8/5, \ 1/5, \ 0)^T$ e $(0, \ -4)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale.

VERO **X** FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \displaystyle\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5} c_i x_i^2 y_j + \sum_{j=1}^{4} d_j y_j \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{5} t_{ij}(x_i^2 \sqrt{y_j}) \leq d_j \quad j = 1, \ldots, 4 \\ lb_j \leq y_j \leq ub_j \quad j = 1, \ldots, 4 \end{array}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_i, d_j, lb_j, ub_j t_{ij} con $i = 1, \ldots, 5$ $j = 1, \ldots, 4$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta (assumendo che in seguito siano assegnati i valori N=5, M=4):

```
param N;
param M;
param c{1..N};
param d{1..M};
param lb{1..M};
param ub{1..M};
param t{1..N,1..M};
var x{1..N};
var y{1..M};
```

VERO **X** FALSO

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo:  sum{i in 1..N}(c[i]*(x[i]**2)*y[j])
                      +d[j]*y[j];
```

VERO **X**	FALSO

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è errata:

```
s.t.  v1{j in 1..M}:  sum{i=1..N}t[i,j]*(x[i]**2)-y[j]<=d[j];
s.t.  box3:sum{j in 1..M}y[j]>=lb[j];
s.t.  box4:sum{j in 1..M}y[j]<=ub[j];
```

VERO **X**	FALSO

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata della una funzione $f(x) = (x-a)^T(x+a)$ ovvero si consideri il problema

$$\min_{R^n} \ (x-a)^T(x+a).$$

con $x \in R^n$, e a vettore assegnato di R^n.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $\bar{x} = 0$ è l'unico punto di minimo globale.

VERO **X**	FALSO

2. La funzione è quadratica e convessa.

VERO **X**	FALSO

3. La funzione può avere minimi locali non globali.

VERO	FALSO **X**

4. Il metodo del gradiente determina il minimo della funzione in un numero finito di passi.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & Ax = b \end{array}$$

con $f : R^n \rightarrow \ R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è strettamente convessa allora il problema è strettamente convesso.

VERO **X**	FALSO

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo di penalità interna.

VERO	FALSO **X**

3. Le condizioni necessarie di KKT NON richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO **X**	FALSO

4. Risulta $\nabla^2 L(x, \mu) = \nabla^2 f(x)$.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 7 . (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1,\ x_2) \in R^{n_1} \times R^{n_2}$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha $n_1 + n_2$ vincoli tutti di disuguaglianza.

VERO	FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile del problema duale è dato da $u \in R^m$ tali che $A_1^T u = c_1$, $A_2^T u \geq c_2$.

VERO **X**	FALSO

3. Se il problema duale è vuoto, allora il problema primale può ammettere soluzione ottima finita.

VERO	FALSO **X**

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è ammissibile per il duale, allora si ha $b^T \bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO	FALSO **X**