

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome :

Nome :

Voto previsto :

Questo foglio NON deve essere consegnato e' serve per poter effettuare un' **AUTOVALUTAZIONE** seguendo i seguenti criteri:

Per gli **esercizi 1,2,3,4**:

ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e

ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),

nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Per gli **esercizi 5,6,7**:

ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e

ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),

nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo = -2.5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min 2x_1^2 + 3x_2^3 + 2x_1x_2 + x_1^2x_2 + 4x_1 + x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

VERO

FALSO

X

2. Il punto $(-1, 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

VERO

X

FALSO

3. Il punto $(-1, 0)^T$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

VERO

FALSO

X

4. Nel punto $(0, 0)^T$ è sempre possibile definire una direzione di discesa.

VERO

X

FALSO

5. Nel punto $x^0 = (0, 0)^T$, il passo $\alpha = 1$ NON soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente qualunque sia il valore di $\gamma \in (0, \frac{1}{2})$.

VERO

X

FALSO

Esercizio 2 . (punteggio massimo = 5, punteggio minimo = -2.5) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 \\ & (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \leq 1 \\ & x_1 + x_2^2 \geq 1 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO

FALSO **X**

2. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT

VERO **X**

FALSO

3. È possibile affermare che il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ è un minimo locale.

VERO

FALSO **X**

4. Il punto $\begin{pmatrix} 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

VERO

FALSO **X**

5. Se nel primo vincolo a 1 si sostituisce 0.9 la soluzione migliora

VERO

FALSO **X**

Esercizio 3. (punteggio massimo = 5, punteggio minimo = -2.5)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 0 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ & -x_1 - x_2 \leq -2 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (3, 2)^T$ un punto ammissibile.

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & 2y_2 - 2y_3 \\ & -y_1 + y_2 - y_3 = 2 \\ & y_1 - 2y_2 - y_3 = 1 \\ & y_1, y_2, y_3 \geq 0, \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO FALSO

2. Il valore ottimo, se esiste, del problema primale soddisfa $c^T x^* \geq 8$.

VERO FALSO

3. Il punto $\bar{x} = (2, 0)^T$ è ottimo per il primale.

VERO FALSO

4. Il problema primale è illimitato.

VERO FALSO

5. Il problema duale è vuoto.

VERO FALSO

Esercizio 4. (punteggio massimo = 3, punteggio minimo = -1.5) Sia dato il seguente file:

ex.mod

```
set RIGHE;  
set COLONNE;  
param A{RIGHE, COLONNE};  
param B{COLONNE};  
var x{COLONNE}>=0;  
minimize obiettivo: 1+sum{j in COLONNE}x[j];  
s.t. VINC{j in COLONNE}:sum{i in RIGHE}A[i,j]*x[j]<=B[j];  
s.t. UB{j in COLONNE}:x[j]<=10;
```

e il seguente file

ex.dat

```
set RIGHE:=1..3;  
set COLONNE:=1..4;  
param A: 1 2 3 4:=  
1 4 2.25 1 0.25  
2 0.16 0.36 0.64 0.64  
3 0.3 0.4 0.4 0.6 ;  
param B:=  
1 0.2  
2 0.3  
3 0.1  
4 0.5;
```

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema ha tante variabili quanti sono gli elementi dell'insieme COLONNE.

VERO FALSO

2. Il problema ha 2 vincoli.

VERO

FALSO **X**

3. Il primo gruppo di vincoli è:

$$\sum_{i=1}^3 A_{i,j}x_j \leq b_j, \quad j = 1, \dots, 4$$

VERO **X**

FALSO

Esercizio 5. (punteggio massimo = 1, punteggio minimo = -1)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata

$$\min_{x \in R^n} \frac{1}{2}x^T Qx + \varepsilon x^T x$$

con Q matrice simmetrica $n \times n$ e ε costante strettamente positiva, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa per qualunque valore di $\varepsilon \geq 0$.

VERO

FALSO **X**

2. Se Q è definita positiva, il punto $\bar{x} = 0$ è l'unico punto stazionario per qualunque valore di $\varepsilon \geq 0$.

VERO **X**

FALSO

3. La funzione è quadratica con matrice hessiana è $Q + 2\varepsilon I$ dove I indica la matrice identità $n \times n$.

VERO **X**

FALSO

4. Il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta converge al minimo della funzione in un numero finito di passi, per qualunque valore di $\varepsilon \geq 0$ e qualunque matrice Q .

VERO

FALSO **X**

Esercizio 6. (punteggio massimo = 1, punteggio minimo = -1)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ & Ax = b \\ & g(x) \leq 0 \end{aligned}$$

con $f : R^n \rightarrow R$, $g : R^n \rightarrow R^m$, A matrice $m \times n$, $x \in R^n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $g_i(x)$ sono funzioni convesse per $i = 1, \dots, m$, allora l'insieme ammissibile è convesso.

VERO **X**

FALSO

2. Il problema si può risolvere utilizzando un metodo basato su un Lagrangiano aumentato.

VERO FALSO

3. Le condizioni necessarie di KKT richiedono la regolarità dei vincoli.

VERO FALSO

4. La matrice hessiana del Lagrangiano $L(x, \mu, \lambda) = f(x) + \mu^T(Ax - b) + \lambda^T g(x)$, risulta essere $\nabla^2 L(x, \mu, \lambda) = \nabla^2 f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla^2 g_i(x)$.

VERO FALSO

Esercizio 7. (punteggio massimo = 1, punteggio minimo = -1) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & A_1 x \leq b_1 \\ & A_2 x \geq b_2 \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

con A_1 matrice $m_1 \times n$, A_2 matrice $m_2 \times n$ e $x \in R^n$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha $m_1 + m_2$ variabili duali di cui solo m_1 sono vincolate in segno.

VERO FALSO

2. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1+m_2}$ tale che $-A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 \leq c$, $(\bar{u}_1, \bar{u}_2) \geq 0$, è ammissibile per il duale.

VERO FALSO

3. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1+m_2}$ tale che $A_1^T \bar{u}_1 + A_2^T \bar{u}_2 = c$, $(\bar{u}_1, \bar{u}_2) \geq 0$, è ammissibile per il duale.

VERO FALSO

4. Se \bar{x} è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2) \in R^{m_1+m_2}$ è una soluzione ammissibile per il duale e risulta $c^T \bar{x} = b_1^T \bar{u}_1 + b_2^T \bar{u}_2$, allora \bar{x} , \bar{u} sono ottimi.

VERO FALSO