ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito bianco

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2° anno

Cognome : **Nome** : **Voto previsto** :

Questo foglio NON deve essere consegnato e può essere utilizzato per effettuare un'**AUTOVALUTAZIONE** seguendo i seguenti criteri:
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^4 + x_2^4 - x_1^2 x_2^2 - \frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2})^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** | FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2})^T$ è un minimo locale stretto

   VERO **X** | FALSO

4. Nel punto $(1, 1)^T$ è possibile definire la direzione di Newton ed è di discesa.

   VERO **X** | FALSO

5. Il passo $\alpha = 1$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (0,\ \frac{1}{2})^T$ (valore di $\gamma = \frac{1}{5}$).

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 2. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{l} \min \ \ (x_1+1)^2 + (x_2-1)^2 \\ \ x_1 \geq 0 \\ \ -1 - x_1^2 \leq x_2 \leq 1 + x_1^2 \end{array}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. L'insieme ammissibile è regolare.

VERO **X**	FALSO

2. L'insieme ammissibile è compatto.

VERO	FALSO **X**

3. Si può affermare che il problema ha una soluzione globale.

VERO **X**	FALSO

4. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni di KKT

VERO	FALSO **X**

5. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa, con opportuni moltiplicatori, le condizioni sufficienti del 2^o ordine.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 3. (*punteggio massimo = 5, punteggio minimo =-2.5*)

Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + x_2 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \\ & x_1 - 2x_2 \geq -4 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1 \geq 0 \end{array}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste) e sia $\bar{x} = (0,\ 2)^T$ un punto ammissibile.

1. Il problema

   $$\begin{array}{ll} \min & y_1 + 4y_2 + 6y_3 \\ & y_1 - y_2 + 2y_3 \geq 1 \\ & -y_1 + 2y_2 + y_3 = 1 \\ & y_1 \geq 0,\ y_2 \geq 0,\ y_3 \geq 0 \end{array}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & y_1 + 4y_2 + 6y_3 \\ & y_1 - y_2 + 2y_3 \geq 1 \\ & -y_1 + 2y_2 + y_3 \geq 1 \\ & y_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO ☐ FALSO **X**

3. Il punto $(0,\ 0,\ 1)^T$ è ammissibile per il duale e si ha $2 \leq b^T y^* \leq 6$ dove y^* è la soluzione ottima del duale (se esiste).

VERO **X** FALSO ☐

4. Il problema duale è illimitato.

VERO ☐ FALSO **X**

5. Il punto $y^* = (0,\ 1/5\ 3/5)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO **X** FALSO ☐

Esercizio 4. (*punteggio massimo = 3, punteggio minimo =-1.5*) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{aligned} & \min \ \sin(\sum_{i=1}^{n} x_i) - \sum_{j=1}^{m} \cos(y_j) \\ & c_{ij} x_i \leq y_j \quad i = 1, \ldots, n,\ j = 1, \ldots, m \end{aligned} \tag{1}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre c_{ij}, con $i = 1, \ldots, n$ $j = 1, \ldots, m$ è un parametro del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param n;
param m;
param c{1..n,1..m};
var x{1..n};
var y{1..m};
```

VERO **X** FALSO ☐

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è esatta:

```
minimize obiettivo{i in 1..n}:  sin(x[i])-cos(sum{j in 1..m}y[j])
```

VERO ☐ FALSO **X**

3. La seguente dichiarazione dei vincoli è corretta:

```
s.t.  v1{i in 1..n,j in 1..m}:  c[i,j]*x[i]<=y[j];
```

VERO X	FALSO

Esercizio 5. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata della una funzione $f(x) = x^T Qx + x^T x$ ovvero si consideri il problema

$$\min_{R^n} \ x^T Qx + x^T x$$

con Q matrice $n \times n$ semidefinita positiva, $x \in R^n$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è quadratica e strettamente convessa.

VERO X	FALSO

2. Il punto $\bar{x} = 0$ è l'unico minimo globale.

VERO X	FALSO

3. La matrice hessiana è $Q + I$ dove I indica la matrice identità $n \times n$.

VERO	FALSO X

4. Il metodo del gradiente con ricerca di linea esatta converge al minimo della funzione.

VERO X	FALSO

Esercizio 6. (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \max & f(x) \\ & Ax \leq b \end{array}$$

con $f : R^n \to \ R$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è coerciva allora il problema ammette soluzione globale.

VERO	FALSO X

2. Se $f(x)$ è convessa le condizioni di KKT sono anche sufficienti.

VERO	FALSO X

3. Il problema si può risolvere con un metodo di penalità interna.

VERO X	FALSO

4. Il problema si può risolvere con un metodo di penalità esterna.

VERO X	FALSO

Esercizio 7 (*punteggio massimo = 1, punteggio minimo =-1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c_1^T x_1 + c_2^T x_2 \\ & A_1 x_1 + A_2 x_2 \leq b \\ & x_2 \geq 0 \end{array} \qquad (P)$$

con A_1 matrice $m \times n_1$, A_2 matrice $m \times n_2$ e $x = (x_1,\ x_2)$, $x_1 \in R^{n_1}$ e $x_2 \in R^{n_2}$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli del problema duale sono $n_1 + n_2$ tutti di disuguaglianza.

   VERO | FALSO **X**

2. Se $\bar{x} = (\bar{x}_1,\ \bar{x}_2)$ è una soluzione ammissibile per il primale e $\bar{u}$ è una soluzione ammissibile per il duale e risulta $c_1^T \bar{x}_1 + c_2^T \bar{x}_2 = -b^T \bar{u}$, allora $\bar{x}$, $\bar{u}$ sono ottimi.

   VERO **X** | FALSO

3. Un punto $\bar{u} \in R^m$ tale che $-A_1^T \bar{u} = c_1$ and $-A_2^T \bar{u} \leq c_2$, $\bar{u} \geq 0$, è ammissibile per il duale.

   VERO **X** | FALSO

4. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A_1^T \bar{u} + A_2^T \bar{u} = c_1 + c_2$, $\bar{u} \geq 0$, allora $\bar{u}$ è un punto ammissibile del duale.

   VERO | FALSO **X**