SIMULAZIONE ESAME di OTTIMIZZAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

ANONIMO

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,3,5 le risposte CORRETTE valgono 0,25 PUNTI e quelle SBAGLIATE -0.25 PUNTI (VALORE NEGATIVO). Per gli esercizi 2,4,6,7 le risposte CORRETTE valgono 1 PUNTO e quelle SBAGLIATE -0.5 PUNTI (VALORE NEGATIVO).

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \ f(x)$$

ed un punto $\bar{x}$ tale che $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $\nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$ il punto $\bar{x}$ può essere minimo locale

   VERO FALSO

2. Il punto $\bar{x}$ non è minimo locale

   VERO FALSO

3. Una direzione d tale che $\nabla f(\bar{x})^T d = 0$ non può mai essere di discesa

   VERO FALSO

4. Nel punto $\bar{x}$ esiste una direzione di discesa.

   VERO FALSO

Esercizio 2. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min \ f(x_1, x_2) = 2x_1^3 - 3x_1x_2 + 2x_2^3$$

ed i punti $x^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$ e $\hat{x} = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})^T$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto x^* è un minimo locale stretto

   VERO FALSO

2. Il punto $\hat{x}$ è un minimo locale

VERO	FALSO

3. La direzione $d = (1, \ -1)^T$ è di discesa in $\hat{x}$

VERO	FALSO

4. Nel punto $\hat{x}$, la direzione del metodo del gradiente soddisfa una ricerca di linea di Armijo con i parametri $\gamma = \dfrac{1}{9}$ e $\alpha = \dfrac{1}{6}$.

VERO	FALSO

5. La direzione di Newton nel punto $\hat{x}$ è $d = (\dfrac{3}{5}, \ -\dfrac{6}{5})^T$

VERO	FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & g(x) \leq 0 \end{array}$$

con $g : R^n \to \ R^m$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è CONTINUA e le funzioni $g_j(x)$ sono CONVESSE per ogni $j = 1, \ldots, m$, allora il problema è convesso

VERO	FALSO

2. Se il problema è convesso, ammette sempre una soluzione globale

VERO	FALSO

3. Se i vincoli sono lineari, ovvero $g_j(x) = a_j^T x - b_j$ ed $f(x)$ convessa le condizioni necessarie di Karush-Kuhn-Tucker sono necessarie e sufficienti di ottimo

VERO	FALSO

4. Se un punto $\bar{x}$ è minimo locale, allora l'insieme ammissibile è compatto .

VERO	FALSO

Esercizio 4. (*Punteggio massimo = 5*)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & \dfrac{1}{2}x_1^2 + x_2 \\ & 0.5x_1 + x_2 = 1 \\ & x_1 - x_2 \leq 1 \end{array}$$

1. Esiste una soluzione globale (rispondere utilizzando esclusivamente il Teorema di Weierstrass).

VERO	FALSO

2. Il problema è convesso

VERO	FALSO

3. Il problema può avere soluzioni locali.

VERO	FALSO

4. Il punto $\bar{x} = (\frac{1}{2},\ \frac{3}{4})^T$ soddisfa le condizioni necessarie di KKT.

VERO	FALSO

5. Il punto $\bar{x} = (\frac{1}{2}, \frac{3}{4})^T$ non è la soluzione globale del problema.

VERO	FALSO

Esercizio 5. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \max & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Il problema duale ha m variabili non vincolate in segno

VERO	FALSO

2. Il problema duale ha m vincoli di disuguaglianza

VERO	FALSO

3. Se $\bar{x}$ è un punto tale che $A\bar{x} = b,\ \bar{x} \geq 0$, allora $c^T\bar{x} \leq c^T x^*$.

VERO	FALSO

4. Se il problema duale ha insieme ammissibile vuoto, allora il primale o ha insieme ammissibile vuoto o è illimitato.

VERO	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{array}{l} \max \quad 6x_1 + 2x_2 - x_3 \\ 6x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{array}$$

e sia $\bar{x} = (0\ 0\ 2)^T$. Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema.

1. Risulta $c^T x^* \geq -2$

VERO	FALSO

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \min & 4u_1 + u_2 \\ & 6u_1 + u_2 \geq 6 \\ & u_1 - u_2 \geq 2 \\ & u_1 \geq -\dfrac{1}{2} \\ & u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO

3. Il punto $\bar{u} = (4 \ , 1)^T$ è ammissibile per il duale ed esiste una soluzione ottima per il primale.

VERO	FALSO

4. Esiste una soluzione ottima u^* per il duale e il valore ottimo della funzione obiettivo del problema duale si trova nell'intervallo $[-2, \ 17]$

VERO	FALSO

5. I punti $x^* = (0, \ 4, \ 0)^T$, $u^* = (0, \ 2)^T$ sono ottimi rispettivamente per il problema primale e per il problema duale

VERO	FALSO

Esercizio 7. (**Punteggio massimo = 3**) Un'industria alimentare produce cibo per animali. Deve pianificare la produzione giornaliera di due nuovi prodotti in scatola (S1,S2) che ottiene miscelando 3 prodotti base (B1,B2,B3). I due prodotti devono contenere un quantitativo percentuale minimo di carne e vengono venduti al prezzo (p_j) riportato in tabella:

	% min carne ($pmin_j$)	prezzo (p_j)
S1	7	16
S2	8	18

La tabella che segue riporta il contenuto percentuale ($perc_i$) di carne presente nei 3 componenti base, insieme al costo (c_i) unitario (euro/kg) e la quantità massima (q_i) disponibile giornalmente(in kg).

	B1	B2	B3
A	6	8	9
costo c_i	1	1.5	2.5
quantità q_i	110	80	60

Inoltre il prodotto S2 deve contenere almeno il 20% del prodotto di base B3. Formulare un modello lineare che permetta di pianificare la produzione dei due prodotti S1 e S2 in modo da massimizzare il profitto.

Una possibile formulazione è la seguente, dove le variabili di decisione $x_{ij}, \ i = 1, \ldots, 3, \ j = 1, \ldots, 2$ rappresentano la quantità di prodotto i utilizzata per produrre il prodotto in scatola di tipo j.

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{j=1}^{2} p_j \sum_{i=1}^{3} x_{ij} - \sum_{i=1}^{3} c_i (\sum_{j=1}^{2} x_{ij}) \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^{3} perc_i x_{ij} \geq pmin_j (\sum_{k=1}^{3} x_{kj}), \ j = 1, \ldots, 2 \\
& \sum_{j=1}^{2} x_{ij} \leq q_i, \ i = 1, \ldots, 3 \\
& x_{32} \geq pm(\sum_{i=1}^{3} x_{i2}), \\
& x_{ij} \geq 0, \ i = 1, \ldots, 3, \ j = 1, \ldots, 2
\end{aligned} \tag{1}
$$

1. La seguente dichiarazione delle variabili è corretta:

```
set cibi;
set compbase;
var x{compbase,cibi}>= 0;
```

VERO	FALSO

2. Il seguente vincolo è corretto presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato due insiemi: cibi contenenti gli elementi S1 e S2, compbase costituito dagli elementi B1, B2, B3:

```
s.t. vinc: x[3,2]<= pm*sum{i in compbase}x[i,2];
```

VERO	FALSO

3. Supponendo che siano stati dichiarati i due insiemi cibi e compbase e i parametri del problema siano stati dichiarati correttamente il seguente vincolo è corretto:

```
s.t. vinc1:sum{i in compbase, j in cibi}x[i,j]<=q[i];
```

VERO	FALSO