

Prova d'esame di OTTIMIZZAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Nuovo Ordinamento (Prof. G. Di Pillo) programma 03-04

Cognome :

Nome :

VALUTAZIONE DEL COMPITO

Ogni risposta esatta vale **1 punto**, ogni risposta sbagliata vale **-0.5 punti (valore negativo)**, ogni risposta mancata vale **0 punti**.

Esercizio 1. (Punti 6)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1x_2 - 4x_1 + 2x_2$$

ed il punto $x^* = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})^T$.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Dire se la funzione è coerciva.

VERO

FALSO

2. Dire se esiste unico un punto di minimo globale

VERO

FALSO

3. Dire se il punto x^* soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

VERO

FALSO

4. Dire se il punto x^* è minimo locale, ma non minimo globale

VERO

FALSO

5. Dire se la direzione $d = (-4, 2)^T$ è di discesa in $x^0 = (0, 0)^T$

VERO

FALSO

6. Dire se il passo determinato da una ricerca di linea esatta lungo la direzione dell'antigradiente nel punto $x^0 = (0, 0)^T$ è $\alpha^0 = -10$

VERO

FALSO

Esercizio 2. (Punti 6)

Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 \\ & x_1 - x_2 = 1 \\ & 0.5x_1 + x_2 \leq 1 \end{aligned}$$

1. dire, utilizzando esclusivamente il Teorema di Weierstrass, se esiste una soluzione globale.

2. dire se il problema è convesso

3. dire se, ammesso che il problema abbia soluzione globale, questa è unica.

4. dire se il punto $\bar{x} = (\frac{4}{3}, \frac{1}{3})^T$ soddisfa le condizioni necessarie di KKT (NO viene $\lambda < 0$)

5. dire se il punto $\tilde{x} = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})^T$ ed i moltiplicatori $\tilde{\mu} = -\frac{1}{2}, \tilde{\lambda} = 0$ soddisfano le condizioni di stretta complementarità

6. dire se è necessario effettuare un'analisi di regolarità dei vincoli per utilizzare le condizioni di KKT.

Esercizio 3. (Punti 5) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & -6x_1 - 3x_2 - 3x_3 \\ & x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ & -2x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

1. Dire se il valore $c^T \bar{x}$ con $\bar{x} = (2 \ 0 \ 0)^T$ costituisce un limite superiore per il valore ottimo del problema primale

2. Dire se il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -3u_1 - 4u_2 \\ & -u_1 - 2u_2 \leq -6 \\ & -u_1 - u_2 \leq -3 \\ & -u_1 - u_2 \leq -3 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un problema duale per (P).

3. Dire se il punto $u^* = (0 \ 8)^T$ è ammissibile per il duale

4. Dire se il valore ottimo del problema duale si trova nell'intervallo $[-18 \ -12]$

5. Dire se la coppia $x^* = (2 \ 0 \ 0)$, $u^* = (0 \ 3)$ sono ottime rispettivamente per il problema primale e per il problema duale

Esercizio 4. (Punti 4) Una oreficeria acquista quattro tipi di leghe contenenti oro (Au) con differenti carature e le miscela ottenendo un metallo prezioso che vende a 25 euro al grammo (p).

	Lega 1	Lega 2	Lega 3	Lega 4
Au (q_i)	760	600	740	790
disp. max (d_i)	1000	2500	7000	2000
costo (c_i)	15	13	14	18

La precedente tabella riporta la disponibilità massima (d_i , $i = 1, \dots, 4$ in grammi) sul mercato, il costo (c_i , $i = 1, \dots, 4$ in euro al grammo) e il contenuto (q_i , $i = 1, \dots, 4$ in parti per mille) di oro nelle singole leghe.

Il prodotto finale deve avere un contenuto di oro non inferiore a 750 parti ogni mille (q_{\min}). Si vuole massimizzare il profitto netto complessivo.

Una possibile formulazione come problema di Programmazione Lineare è la seguente, dove le variabili x_i rappresentano le quantità acquistate di ogni lega:

$$\begin{aligned} \max \quad & p \sum_{i=1}^4 x_i - \sum_{i=1}^4 c_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^4 q_i x_i \geq q_{\min} \left(\sum_{k=1}^4 x_k \right), \\ & x_i \leq d_i, i = 1, \dots, 4 \\ & x_i \geq 0, i = 1, \dots, 4 \end{aligned}$$

1. Dire se la seguente dichiarazione delle variabili è corretta:

```
set leghe;
var x{leghe}>= 0;
```

 VERO

 FALSO

2. Dire se la seguente funzione obiettivo è corretta presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato un insieme leghe:

```
maximize funz: p*sum{i in leghe}q[i]*x[i]-sum{i in leghe}c[i]*x[i];
```

 VERO

 FALSO

3. Dire se il seguente vincolo è corretto presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato un insieme leghe:

```
s.t. vinc: sum{i in leghe}x[i]<= d[i];
```

 VERO

 FALSO

4. Dire se il seguente vincolo è corretto presumendo che siano stati correttamente dichiarati i parametri del problema e che sia stato dichiarato un insieme leghe:

```
s.t. vinc{i in leghe}: x[i]<= d[i];
```

 VERO

 FALSO