ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ x_1^4 + x_2^4 + x_1 x_2 - 4x_1 - x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $(1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(1,\ 0)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del secondo ordine

   VERO FALSO **X**

3. È possibile affermare che il punto $(1,\ 0)^T$ è un minimo locale.

   VERO FALSO **X**

4. L'approssimazione quadratica della funzione nell'intorno del punto $x^0 = (1,\ 1)^T$ ammette un unico punto di minimo.

   VERO **X** FALSO

5. Il passo $\alpha = 1$ soddisfa una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione del metodo del gradiente nel punto $x^0 = (1,\ 1)^T$ (valore di $\gamma = \frac{1}{2}$).

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + x_2 \\ & (x_1+1)^2 + x_2^2 \geq 1 \\ & (x_1-1)^2 + x_2^2 \leq 2 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso. | VERO | | FALSO **X** |
2. Le condizioni necessarie di KKT sono anche sufficienti.

   | VERO | | FALSO **X** |
3. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT

   | VERO **X** | | FALSO |
4. Dire se esiste un punto che soddisfa le condizioni di KKT con valori dei moltiplicatori $\lambda_1 > 0$ e $\lambda_2 = 0$ (associati rispettivamente al primo e secondo vincolo)

   | VERO | | FALSO **X** |
5. Se nella funzione obiettivo a *min* si sostituisce *max*, il problema non ha soluzione.

   | VERO | | FALSO **X** |

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + x_2 \\ & x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_1 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & 2u_1 - 3u_2 \\ & u_1 - u_2 = 2 \\ & 2u_1 + u_2 = 1 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

   corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

   | VERO | | FALSO **X** |

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & 2u_1 - 3u_2 \\ & u_1 - u_2 \leq 2 \\ & 2u_1 + u_2 = 1 \\ & u_1 \geq 0, \quad u_2 \geq 0 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X** FALSO

3. I punti $\bar{x} = (1,\ 0)^T$ e $\bar{u} = (\frac{1}{2},\ 0)^T$ sono ammissibili e ottimi rispettivamente per il problema primale e per il duale.

VERO FALSO **X**

4. Il problema duale è vuoto

VERO FALSO **X**

5. I problema primale è illimitato superiormente.

VERO **X** FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Sia dato il seguente problema di Ottimizzazione non lineare:

$$\begin{array}{l} \min \ \sum_{i=1}^{5} \sum_{j=1}^{10} a_i x_i^2 (y_j - b_j) \\ \sqrt{x_i^2 - y_j} \geq c_{ij} \quad i = 1, \ldots, 5 \ j = 1, \ldots, 10 \\ 0 \leq x_i \leq K_1 \quad i = 1, \ldots, 5 \\ 0 \leq y_j \leq K_2 \quad j = 1, \ldots, 10 \\ \sqrt{x_2^2 - y_3} \geq K_3 \end{array} \tag{1}$$

Dove x_i e y_j sono le variabili del problema mentre K_1, K_2, K_3, a_i, b_j c_{ij} con $i = 1, \ldots, 5$ $j = 1, \ldots, 10$ sono parametri del problema. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param a{5};
param b{10};
param c{5,10};
param K1;
param K2;
param K3;
var x{5};
var y{10};
```

VERO FALSO **X**

2. La seguente dichiarazione della funzione obiettivo è errata:

```
minimize obiettivo:  sum{i in 1..5,j in 1..10}(a[i]*x[i]**2*(y[j]-b[j]));
```

VERO	FALSO **X**

3. Le seguenti dichiarazioni dei vincoli sono corretti:

```
s.t.  diff{i in 1..5,j in 1..10}:  sqrt(x[i]**2-y[j])>=c[i,j];
s.t.  box1{i in 1..5}:  x[i]>=0;
s.t.  box2{i in 1..5}:  x[i]<=K1;
s.t.  box3{j in 1..10}:  y[j]>=0;
s.t.  box4{j in 1..10}:  y[j]<=K2;
s.t.  diff1:  sqrt(x[2]**2-y[3])<=K3;
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5. (**Punteggio massimo = 1**)

Dato un problema (P) di minimizzazione non vincolata della una funzione $f(x) = x^T x + c^T x$ ovvero si consideri il problema

$$\min_{R^n} \; x^T x + c^T x.$$

con $x \in R^n$ c vettore di R^n.

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il punto $\bar{x} = -\frac{c}{2}$ è un minimo.

VERO **X**	FALSO

2. La funzione è quadratica e strettamente convessa.

VERO **X**	FALSO

3. La funzione può avere minimi locali non globali.

VERO	FALSO **X**

4. Il metodo del gradiente coniugato determina il minimo della funzione in al più n passi.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & f(x) \\ & h(x) = 0 \\ & Ax = b \end{array}$$

con $f : R^n \to R$, $h : R^n \to R^p$, A matrice $m \times n$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se $f(x)$ è convessa e $h_i(x)$ sono convesse per ogni $j = 1, \dots, p$ allora il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. È possibile definire una funzione di penalità esterna per il problema dato.

VERO **X**	FALSO

3. Sia $\bar{x}$ un punto ammissibile NON regolare. Se $\bar{x}$ è un minimo locale allora soddisfa le condizioni di KKT.

VERO	FALSO **X**

4. L'insieme ammissibile non è mai regolare.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax \geq b \end{array} \qquad (P)$$

con A matrice $m \times n$ e $x \in R^n$ e si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili duali sono m tutte vincolate ad essere non negative.

VERO **X**	FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^*, allora esiste una soluzione ammissibile $\bar{x}$ del problema primale (P) tale che $c^T\bar{x} = b^T u^*$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{u} \in R^m$ è un punto tale che $A^T\bar{u} \leq c$ e $\bar{u} \geq 0$, allora $b^T\bar{u} \leq c^T x^*$.

VERO	FALSO **X**

4. Se il problema primale è vuoto, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO	FALSO **X**