ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito A (giallo)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – 2º anno

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (x_1 + 2x_2 - \frac{1}{2}x_3)^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(1,\ 0,\ 2)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO **X** FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(1,\ 0,\ 2)^T$ è un minimo locale stretto.

   VERO FALSO **X**

4. Nel punto $(2,\ 0,\ 0)^T$, la direzione $d = (0,\ 1,\ 0)^T$ risulta essere di discesa e una ricerca di linea esatta produce un valore del passo α non negativo.

   VERO FALSO **X**

5. Nel punto $(2,\ 0,\ 0)^T$ il passo $\alpha = \frac{1}{8}$ è accettato da una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione dell'antigradiente (per valori di $\gamma \in (0, \frac{1}{4})$).

   VERO **X** FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1,2,3 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema NON è convesso.

   VERO **X** | FALSO

2. L'insieme ammissibile è regolare.

   VERO **X** | FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

   VERO **X** | FALSO

4. Detti μ e λ_i, $i = 1,2,3$ i moltiplicatori associati rispettivamente al vincolo di uguaglianza e ai vincoli di non negatività, il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ con i moltiplicatori $\mu = 2$ e $\lambda = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

   VERO **X** | FALSO

5. Il problema può essere risolto con un metodo di penalità interna.

   VERO | FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 + 15x_2 + 12x_3 \\ & -x_1 - 2x_2 + 2x_3 \geq -1 \\ & x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & -u_1 - u_2 \\ & -u_1 + u_2 \geq 4 \\ & -2u_1 - 5u_2 \geq 15 \\ & 2u_1 + 3u_2 \geq 12 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 - u_2 \\ & -u_1 + u_2 \leq 4 \\ & -2u_1 - 5u_2 \leq 15 \\ & 2u_1 + 3u_2 \leq 12 \\ & u_1 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

3. Il punto $(0,\ 0)^T$ è ammissibile per il duale e per la funzione obiettivo del primale si ha $c^T x^* \leq 0$.

VERO	FALSO **X**

4. Il punto $x^* = (0,\ 1/5,\ 0)^T$ è ottimo per il problema primale.

VERO **X**	FALSO

5. Il problema duale è vuoto

VERO	FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione per la cui descrizione sia necessario definire un insieme porti i cui elementi sono venezia e napoli e un insieme isole i cui elementi sono capri, burano e murano. Si supponga inoltre di avere due vettori d e t di parametri indicizzati sull'insieme porti, due vettori h e l indicizzati sull'insieme isole e una matrice p indicizzata su entrambi gli insiemi. Si supponga inoltre che i valori di questi parametri siano i seguenti:

	d	t
venezia	10	20
napoli	5	7

	h	l
capri	1	2
burano	3	3
murano	4	5

p	venezia	napoli
capri	3	2
burano	1	1
murano	2	5

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
set porti;
set isole;
param d{porti};
param t{porti};
param h{isole};
param l{isole};
param p{isole,porti};
```

VERO **X**	FALSO

2. La seguente assegnazione del parametro p nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param p:  venezia napoli :=
capri 3 2
burano 1 1
murano 2 5;
```

VERO **X**	FALSO

3. La seguente assegnazione dei parametri h e l nel file .dat è ERRATA (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param :h l :=
capri 1 2
burano 3 3
murano 4 5;
```

VERO	FALSO **X**

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \ f(x)$$

dove $f: \ R^n \rightarrow R$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione è coerciva esiste sempre un minimo globale.

VERO **X**	FALSO

2. Se in un punto $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$ (semidefinita positiva), allora $\bar{x}$ è un minimo.

VERO	FALSO **X**

3. Se risulta $\nabla f(\bar{x}) \neq 0$, allora è possibile determinare una direzione d tale che $f(\bar{x} + \alpha d) < f(\bar{x})$ per $\alpha \in (0, \hat{\alpha}]$.

VERO **X**	FALSO

4. In un punto x^k, il metodo di Newton puro definisce una direzione di spostamento come la soluzione del sistema
$$\nabla^2 f(x^k) d = -\nabla f(x^k)$$

VERO **X**	FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{array}{ll} \min & x^T A x + c^T x \\ & Bx = 0 \end{array}$$

con A matrice $n \times n$ simmetrica, B matrice $m \times n$, $(m < n)$ c vettore $n \times 1$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo è sempre radialmente illimitata.

VERO	FALSO **X**

2. Il problema rimane invariato se alla matrice A si sostituisce $\frac{A^T+A}{2}$.

VERO **X**	FALSO

3. Se la matrice A è definita positiva il problema ammette la soluzione $x^* = 0$ qualunque sia il valore del vettore c.

VERO	FALSO **X**

4. Se si sostituisce al secondo termine del vincolo lo zero con il valore $\varepsilon > 0$, la soluzione ottima migliora sicuramente.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq U \end{array} \qquad (P)$$

con A matrice $m \times n$, $x \in R^n$ e $b \in R^m$, $U \in R^n$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli (esclusi gli eventuali vincoli di non negatività delle variabili) del problema duale sono n tutti di disuguaglianza.

VERO **X**	FALSO

2. Se il problema duale ammette soluzione ottima finita u^*, allora esiste una soluzione ammissibile $\bar{x}$ del problema primale (P) tale che $c^T \bar{x} = b^T u^*$.

VERO	FALSO **X**

3. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1,\ \bar{u}_2)^T \in R^{m+n}$ è un punto tale che $A^T\bar{u}_1 - \bar{u}_2 \leq c$, $\bar{u}_2 \geq 0$ allora $b^T\bar{u}_1 - U^T\bar{u}_2 \leq c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO

4. Se il problema primale è vuoto, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO	FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - B (bianco)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2^o anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4: ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI. Per gli esercizi 5,6,7: ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO), nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (x_1 + 2x_2 - \frac{1}{2}x_3)^2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è strettamente convessa.

   VERO | FALSO **X**

2. Il punto $(-1,\ 1,\ 2)^T$ è un minimo locale

   VERO **X** | FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(-1,\ 1,\ 2)^T$ è l'unico punto di minimo globale.

   VERO | FALSO **X**

4. Nel punto $(0,\ 0,\ 2)^T$, la direzione $d = (0,\ 1,\ 5)^T$ risulta essere di salita e una ricerca di linea esatta produce un valore del passo α negativo.

   VERO **X** | FALSO

5. Nel punto $(0,\ 0,\ 2)^T$ il passo $\alpha = \frac{1}{8}$ è accettato da una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione dell'antigradiente (con $\gamma = \frac{1}{21}$).

   VERO **X** | FALSO

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1,2,3 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

VERO	FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile è regolare.

VERO **X**	FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO **X**	FALSO

4. Detti μ e $\lambda_i, \quad i = 1,2,3$ i moltiplicatori associati rispettivamente al vincolo di uguaglianza e ai vincoli di non negatività, il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ con i moltiplicatori $\mu = 2$ e $\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ NON soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

VERO	FALSO **X**

5. Il problema può essere risolto con un metodo di penalità esterna.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \quad & 4x_1 - 15x_2 + 4x_3 \\ & -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq -1 \\ & x_1 + 5x_2 + x_3 \geq -1 \\ & x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0, \; x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 - u_2 \\ & -u_1 + u_2 \leq 4 \\ & 2u_1 + 5u_2 \leq -15 \\ & 2u_1 + u_2 \leq 4 \\ & u_1, \; u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & -u_1 - u_2 \\ & -u_1 + u_2 \leq 4 \\ & 2u_1 + 5u_2 \leq -15 \\ & 2u_1 + u_2 \leq 4 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. I punti $x = (0\ 1\ 0)^T$ e $u = (0,\ 15)^T$ sono soluzioni ottime rispettivamente per la coppia di problemi primale - duale.

VERO	FALSO **X**

4. Il problema duale è vuoto.

VERO **X**	FALSO

5. Il problema primale è illimitato.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione per la cui descrizione sia necessario definire un insieme porti i cui elementi sono venezia e napoli e un insieme isole i cui elementi sono capri, burano e murano. Si supponga inoltre di avere due vettori d e t di parametri indicizzati sull'insieme porti, due vettori h e l indicizzati sull'insieme isole e una matrice p indicizzata su entrambi gli insiemi. Si supponga inoltre che i valori di questi parametri siano i seguenti:

	d	t
venezia	10	20
napoli	5	7

	h	l
capri	1	2
burano	3	3
murano	4	5

p	venezia	napoli
capri	3	2
burano	1	1
murano	2	5

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param d{porti};
param t{porti};
param h{isole};
param l{isole};
param p{isole,porti};
set porti;
set isole;
```

VERO | FALSO **X**

2. La seguente assegnazione del parametro p nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param p:  capri burano murano :=
venezia 3 1 2
napoli 2 1 5 ;
```

VERO | FALSO **X**

3. La seguente assegnazione dei parametri h e l nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param :h l :=
capri 1 2
burano 3 3
murano 4 5;
```

VERO **X** | FALSO

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x)$$

dove $f: \; R^n \to R$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se esiste un minimo globale, allora la funzione è coerciva.

VERO | FALSO **X**

2. Se in un punto $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x}) = 0$ e $\nabla^2 f(\bar{x}) \succ 0$ (definita positiva), allora $\bar{x}$ è un minimo locale.

VERO **X** | FALSO

3. Se in $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x})^T d = 0$, allora si può affermare che la direzione d NON è di discesa.

VERO	FALSO **X**

4. In un punto x^k, la direzione del metodo di Newton puro è sempre definita.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x^T A x + c^T x \\ & Bx = 0 \end{aligned}$$

con A matrice $n \times n$ simmetrica, B matrice $m \times n$ ($m < n$), c vettore $n \times 1$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo NON è sempre radialmente illimitata.

VERO **X**	FALSO

2. Il problema rimane invariato se alla matrice A si sostituisce $\frac{A^T+A}{2}$.

VERO **X**	FALSO

3. Se la matrice A è definita positiva il problema NON ammette la soluzione $x^* = 0$ qualunque sia il valore del vettore c.

VERO	FALSO **X**

4. Se si sostituisce al secondo termine del vincolo lo zero con il valore $\varepsilon > 0$, la soluzione ottima peggiora sicuramente.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \le x \le U \end{aligned} \qquad (P)$$

con A matrice $m \times n$, $x \in R^n$ e $b \in R^m$, $U \in R^n$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili del problema duale sono m tutte non negative.

VERO	FALSO **X**

2. Se il problema primale ammette soluzione ottima x^*, allora esiste una soluzione ammissibile del problema duale $\bar{u} = (\bar{u}_1,\ \bar{u}_2)^T \in R^{m+n}$, tale che $c^T x^* = b^T \bar{u}_1 - U^T \bar{u}_2$.

VERO **X**	FALSO

3. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1,\ \bar{u}_2)^T \in R^{m+n}$ è un punto tale che $A^T \bar{u}_1 - \bar{u}_2 \le c$, allora sicuramente $b^T \bar{u}_1 - U^T \bar{u}_2 \le c^T x^*$.

VERO	FALSO **X**

4. Se il problema primale è illimitato, allora il problema duale deve avere insieme ammissibile vuoto.

VERO **X**	FALSO

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito C (verde)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2° anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE
Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.
Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*)

Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (x_1 + 2x_2 - \frac{1}{2}x_3)^2 + 2x_1^2 + x_2x_3 - 6x_1 - 8x_2$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è coerciva.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(1,\ 1,\ 4)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO **X** FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(1,\ 1,\ 4)^T$ è un minimo locale stretto.

   VERO **X** FALSO

4. Nel punto $(-1,\ 0,\ -2)^T$, il passo $\alpha = \frac{1}{2}$ è accettato da una ricerca di linea di Armijo lungo la direzione dell'antigradiente (per valori di $\gamma \in (0, \frac{1}{4})$)

   VERO FALSO **X**

5. Le direzioni $d^0 = (0,\ 0,\ \frac{3}{2})^T$ e $d^1 = (1,\ 1,\ -2)^T$ sono mutuamente coniugate rispetto a $\nabla^2 f$.

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1,2,3 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema è convesso.

   VERO ☐ FALSO **X**

2. L'insieme ammissibile NON è regolare.

   VERO ☐ FALSO **X**

3. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

   VERO **X** FALSO ☐

4. Detti μ e λ_i, $i = 1,2,3$ i moltiplicatori associati rispettivamente al vincolo di uguaglianza e ai vincoli di non negatività, il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ con i moltiplicatori $\mu = 2$ e $\lambda = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

   VERO **X** FALSO ☐

5. Il problema NON può essere risolto con un metodo di penalità esterna.

   VERO ☐ FALSO **X**

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \max \quad & -4x_1 - 15x_2 - 12x_3 \\ & -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ & -x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 1 \\ & x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0, \; x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & -u_1 - u_2 \geq -4 \\ & 2u_1 + 5u_2 \geq -15 \\ & -2u_1 - 3u_2 \geq -12 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

2. Il problema

$$\begin{aligned} \min \quad & u_1 + u_2 \\ & -u_1 - u_2 \geq -4 \\ & 2u_1 + 5u_2 \geq -15 \\ & -2u_1 - 3u_2 \geq -12 \\ & u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

3. Il punto $(0,\ 0)^T$ è ammissibile per il duale e e per la funzione obiettivo del primale si ha $c^T x^* \leq 0$.

VERO **X**	FALSO

4. Il problema primale è vuoto.

VERO **X**	FALSO

5. Il punto $u^* = (-5,\ -1)^T$ è ottimo per il problema duale.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione per la cui descrizione sia necessario definire un insieme porti i cui elementi sono venezia e napoli e un insieme isole i cui elementi sono capri, burano e murano. Si supponga inoltre di avere due vettori d e t di parametri indicizzati sull'insieme porti, due vettori h e l indicizzati sull'insieme isole e una matrice p indicizzata su entrambi gli insiemi. Si supponga inoltre che i valori di questi parametri siano i seguenti:

	d	t
venezia	10	20
napoli	5	7

	h	l
capri	1	2
burano	3	3
murano	4	5

p	venezia	napoli
capri	3	2
burano	1	1
murano	2	5

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
param d{i in porti};
param t{i in porti};
param h{i in isole};
param l{i in isole};
param p{i in isole,j in porti};
set porti;
set isole;
```

VERO	FALSO **X**

2. La seguente assegnazione del parametro p nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param venezia napoli :=p:
capri 3 2
burano 1 1
murano 2 5;
```

VERO	FALSO **X**

3. La seguente assegnazione dei parametri h e l nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param h:=
capri 1
burano 3
murano 4;
param l :=
capri 2
burano 3
murano 5;
```

VERO **X**	FALSO

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x)$$

dove $f: \; R^n \to R$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione NON è coerciva, allora NON esiste minimo globale.

VERO	FALSO **X**

2. Se in un punto $\bar{x}$ risulta $\nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$ (semidefinita positiva), allora la funzione è convessa.

VERO | FALSO **X**

3. Se in $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x})^T d > 0$, allora si può affermare che la direzione d NON è di discesa.

VERO **X** | FALSO

4. Il metodo di Newton punto converge ad un punto stazionario qualunque sia il punto iniziale x^0.

VERO | FALSO **X**

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x^T A x + c^T x \\ & Bx = 0 \end{aligned}$$

con A matrice $n \times n$ simmetrica, B matrice $m \times n$ $(m < n)$, c vettore $n \times 1$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo NON è sempre radialmente illimitata.

VERO **X** | FALSO

2. Il problema rimane invariato se alla matrice A si sostituisce $\frac{A^T + A}{2}$.

VERO **X** | FALSO

3. Se la matrice A è definita positiva il problema ammette la soluzione $x^* = 0$ se e solo se esiste una soluzione al sistema $B^T \mu = -c$.

VERO **X** | FALSO

4. Se si sostituisce al secondo termine del vincolo lo zero con il valore $\varepsilon > 0$, in mancanza di ulteriori informazioni, non è possibile affermare che la soluzione ottima peggiori o migliori.

VERO **X** | FALSO

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \le x \le U \end{aligned} \qquad (P)$$

con A matrice $m \times n$, $x \in R^n$ e $b \in R^m$, $U \in R^n$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. Le variabili del problema duale sono $m + n$ di cui n non negative.

VERO **X** | FALSO

2. Se il problema primale ammette una soluzione ammissibile $\bar{x}$, e il problema duale ammette una soluzione $\bar{u} = (\bar{u}_1,\ \bar{u}_2)^T \in R^{m+n}$, tale che $A^T \bar{u}_1 - \bar{u}_2 \le c$, $\bar{u}_2 \ge 0$ e $c^T \bar{x} = b^T \bar{u}_1 - U^T \bar{u}_2$, allora $\bar{x}, \bar{u}$ sono ottime per i rispettivi problemi.

VERO **X** | FALSO

3. Un punto $\bar{u} = (\bar{u}_1,\ \bar{u}_2)^T \in R^{m+n}$ tale che $A^T\bar{u}_1 - \bar{u}_2 = c$, $\bar{u}_1 \geq 0$ è ammissibile per il duale.

VERO	FALSO **X**

4. Se il problema primale è illimitato, allora il problema duale è illimitato o vuoto.

VERO **X**	FALSO **X**

ESAME di OTTIMIZZAZIONE - Compito D (azzurro)

Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale – **2º anno**

Cognome : **Nome** :

VALUTAZIONE

Per gli esercizi 1,2,3,4:
ogni risposta GIUSTA vale **+1** PUNTO e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.5** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Per gli esercizi 5,6,7:
ogni risposta GIUSTA vale **0,25** PUNTI e
ogni risposta SBAGLIATA vale **-0.25** PUNTI (VALORE NEGATIVO),
nessuna risposta vale **0** PUNTI.

Esercizio 1. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di ottimizzazione non vincolato:

$$\min\ (2x_1 + x_2 - \frac{1}{2}x_3)^2 + 2x_2^2 + x_1x_3 - 6x_2 - 8x_1$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione è convessa.

   VERO **X** FALSO

2. Il punto $(1,\ 1,\ 4)^T$ soddisfa le condizioni necessarie del primo ordine

   VERO **X** FALSO

3. È possibile affermare che il punto $(1,\ 1,\ 4)^T$ è un minimo globale NON unico.

   VERO FALSO **X**

4. Nel punto $(0,\ -1,\ -2)^T$, una ricerca di linea esatta lungo la direzione dell'antigradiente determina passo $\alpha^* = 3/10$.

   VERO FALSO **X**

5. Le direzioni $d^0 = (0,\ 0,\ \frac{3}{2})^T$ e $d^1 = (-1,\ 1,\ 0)^T$ NON sono mutuamente coniugate rispetto a $\nabla^2 f$.

   VERO FALSO **X**

Esercizio 2 (*Punteggio massimo = 5*) Dato il problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^{3} x_i^2 \\ & \sum_{i=1}^{3} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1,2,3 \end{aligned}$$

Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Il problema NON è convesso.

VERO **X**	FALSO

2. L'insieme ammissibile è regolare.

VERO **X**	FALSO

3. Il punto $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ NON soddisfa con opportuni moltiplicatori le condizioni di KKT.

VERO	FALSO **X**

4. Detti μ e λ_i, $i = 1,2,3$ i moltiplicatori associati rispettivamente al vincolo di uguaglianza e ai vincoli di non negatività, il punto $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ con i moltiplicatori $\mu = 2$ e $\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ soddisfa le condizioni sufficienti del secondo ordine.

VERO **X**	FALSO

5. Il problema NON può essere risolto con un metodo di penalità interna.

VERO **X**	FALSO

Esercizio 3. (*Punteggio massimo = 5*) Sia dato il problema di Programmazione lineare (P)

$$\begin{aligned} \min \qquad & 4x_1 - 15x_2 + 4x_3 \\ & -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \\ & x_1 + 5x_2 + x_3 = -1 \\ & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Si indichi con x^* la soluzione ottima di tale problema (se esiste).

1. Il problema

$$\begin{aligned} \max \quad & -u_1 - u_2 \\ & -u_1 + u_2 \leq 4 \\ & 2u_1 + 5u_2 \leq -15 \\ & 2u_1 + u_2 \leq 4 \\ & u_1,\ u_2 \geq 0 \end{aligned}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO	FALSO **X**

2. Il problema

$$\begin{array}{ll} \max & -u_1 - u_2 \\ & -u_1 + u_2 \leq 4 \\ & 2u_1 + 5u_2 \leq -15 \\ & 2u_1 + u_2 \leq 4 \end{array}$$

corrisponde ad un possibile problema duale per (P).

VERO **X**	FALSO

3. I punti $x = (0, \ -1/5, \ 0)$ e $u = (0, \ -3)^T$ sono soluzioni ottime per la coppia di problemi primale - duale.

VERO	FALSO **X**

4. Il problema primale è vuoto.

VERO **X**	FALSO

5. Il problema duale è vuoto.

VERO	FALSO **X**

Esercizio 4. (**Punteggio massimo = 3**) Si supponga di avere un problema di ottimizzazione per la cui descrizione sia necessario definire un insieme porti i cui elementi sono venezia e napoli e un insieme isole i cui elementi sono capri, burano e murano. Si supponga inoltre di avere due vettori d e t di parametri indicizzati sull'insieme porti, due vettori h e l indicizzati sull'insieme isole e una matrice p indicizzata su entrambi gli insieme. Si supponga inoltre che i valori di questi parametri siano i seguenti:

	d	t
venezia	10	20
napoli	5	7

	h	l
capri	1	2
burano	3	3
murano	4	5

p	venezia	napoli
capri	3	2
burano	1	1
murano	2	5

1. La seguente dichiarazione di parametri e variabili è corretta:

```
set porti;
set isole;
param d{i in porti};
param t{i in porti};
param h{i in isole};
param l{i in isole};
param p{i in isole,j in porti};
```

VERO **X** | FALSO

2. La seguente assegnazione del parametro p nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param:  p := venezia napoli
capri 3 2
burano 1 1
murano 2 5;
```

VERO | FALSO **X**

3. La seguente assegnazione dei parametri h e l nel file .dat è corretta (supponendo che la definizione nel file .mod sia coerente con le specifiche):

```
param :h l :=
capri 1 2
burano 3 3
murano 4 5;
```

VERO **X** | FALSO

Esercizio 5.(**Punteggio massimo = 1**)

Sia dato il problema di minimizzazione non vincolata

$$\min_{R^n} \; f(x)$$

dove $f: \; R^n \to R$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. Se la funzione è coerciva, allora NON esiste minimo globale.

VERO | FALSO **X**

2. In un minimo locale stretto $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x}) = 0 \; \nabla^2 f(\bar{x}) \succeq 0$ (semidefinita positiva).

VERO **X** | FALSO

3. Se in $\bar{x}$ risulta $\nabla f(\bar{x})^T d = 0$ e $d^T \nabla^2 f(\bar{x}) d < 0$, allora si può affermare che la direzione d è di discesa.

VERO **X** FALSO

4. Il metodo di Newton puro converge con rapidità di convergenza quadratica.

VERO **X** FALSO

Esercizio 6. (*Punteggio massimo = 1*)

Dato un problema di programmazione non lineare vincolato

$$\begin{aligned} \min \quad & x^T A x + c^T x \\ & Bx = 0 \end{aligned}$$

con A matrice $n \times n$ simmetrica, B matrice $m \times n$, c vettore $n \times 1$. Rispondere alle seguenti affermazioni:

1. La funzione obiettivo è sempre convessa.

VERO FALSO **X**

2. La soluzione del problema si modifica se alla matrice A si sostituisce $\frac{A^T + A}{2}$.

VERO FALSO **X**

3. Se la matrice A è definita positiva il problema NON ammette mai la soluzione $x^* = 0$.

VERO FALSO **X**

4. Se si sostituisce al secondo termine del vincolo lo zero con il valore $\varepsilon > 0$, è possibile affermare che la soluzione ottima migliori.

VERO FALSO **X**

Esercizio 7. (*Punteggio massimo = 1*) Sia dato un problema di Programmazione lineare

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq U \end{aligned} \qquad (P)$$

con A matrice $m \times n$, $x \in R^n$ e $b \in R^m$, $U \in R^n$. Si indichi con x^* la soluzione ottima, se esiste.

1. I vincoli (esclusi gli eventuali vincoli di non negatività delle variabili) del problema duale sono n tutti di disuguaglianza.

VERO **X** FALSO

2. Le variabili del problema duale sono m non vincolate in segno.

VERO FALSO **X**

3. L'insieme ammissibile del problema duale è

$$\{u = (u_1,\ u_2)^T \in R^{m+n} :\ A^T u_1 - u_2 \leq c, u \geq 0\}$$

.

VERO FALSO **X**

4. Se $\bar{u} = (\bar{u}_1,\ \bar{u}_2)^T \in R^{m+n}$ è un punto tale che $A^T\bar{u}_1 - \bar{u}_2 \leq c$, $\bar{u}_2 \geq 0$ allora $b^T\bar{u}_1 - U^T\bar{u}_2 \leq c^T x^*$.

VERO **X**	FALSO