

Prova Scritta di Robotica II

10 Luglio 2009

Esercizio 1

Il modello dinamico di un generico robot planare 2R è della forma

$$\mathbf{B}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau},$$

con

$$\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} b_{11}(q_2) & b_{12}(q_2) \\ b_{12}(q_2) & b_{22}(q_2) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{pmatrix} c_1(q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) \\ c_2(q_2, \dot{q}_1) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} g_1(q_1, q_2) \\ g_2(q_1, q_2) \end{pmatrix}.$$

Siano inoltre le coppie motrici limitate da

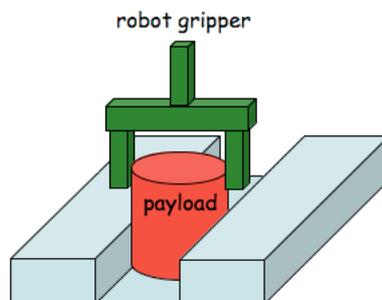
$$|\tau_i| \leq T_i, \quad i = 1, 2.$$

In un dato stato $(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0)$ del robot, disegnare le regioni del piano delle accelerazioni (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2) compatibili con i vincoli di coppia e indicare i punti a massima norma di accelerazione $\|\ddot{\mathbf{q}}\|$ per le seguenti situazioni:

- A) $\mathbf{g}(\mathbf{q}_0) = \mathbf{0}$ e $\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{0}$. Si discutano i vari casi che si possono incontrare.
- B) \mathbf{q}_0 qualsiasi e $\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{0}$, nell'ipotesi che $T_i > |g_i(\mathbf{q})|$, $i = 1, 2$, $\forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^2$.
- C) Generico stato $(\mathbf{q}_0, \dot{\mathbf{q}}_0)$. E' possibile in questo caso che l'origine $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ non appartenga alla regione compatibile? Quale sarebbe il significato di questo caso?

I disegni si possono fare in modo qualitativo, ma devono essere consistenti con le proprietà del modello dinamico.

Esercizio 2



Per il compito d'interazione con l'ambiente illustrato in figura, localizzare la terna di compito (*task frame*) e definire i vincoli naturali e artificiali. Il payload movimentato deve mantenere il contatto con le superfici ambientali scorrendo lungo la guida. Nella specificazione dei vincoli artificiali, si assegnino in particolare valori di riferimento che tendano a mantenere in modo robusto il contatto con il fondo della guida e ridurre gli sforzi di contatto in presenza di incertezze geometriche. Si considerino entrambi i casi in cui il payload debba scorrere con orientamento costante o variabile. Si discuta inoltre la possibilità di realizzare tale compito con un robot di tipo SCARA (a 4 gradi di libertà) e si proponga un opportuno schema a blocchi del controllore ibrido di forza-velocità in questo caso. Quali sono gli eventuali problemi?

[120 minuti di tempo; libri aperti]

Soluzioni

10 Luglio 2009

Esercizio 1

Per un dato valore dello stato del robot, i vincoli dovuti alle massime coppie (in valore assoluto) sui due giunti sono di tipo *lineare* (tutti gli elementi di $\mathbf{B}(\mathbf{q})$, $\mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ e $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ sono costanti). Le regioni ammissibili per le accelerazioni di giunto sono pertanto dei poligoni (in generale dei poliedri in uno spazio n -dimensionale). La massima accelerazione in norma (euclidea) $\|\ddot{\mathbf{q}}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n \ddot{q}_i^2}$ si avrà allora in corrispondenza (di coppie) di vertici di tale regione.

Nel caso $n = 2$ considerato, si può parlare di pendenza delle rette che determinano la regione poligonale, distinguendo le tre situazioni (tutte ugualmente possibili, in funzione del valore dei parametri dinamici e della configurazione \mathbf{q} considerata) in cui $b_{12} > 0$, $b_{12} < 0$ o $b_{12} = 0$. Viceversa, la definita positività della matrice di inerzia $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ implica sempre che $b_{11} > 0$, $b_{22} > 0$ e $\det \mathbf{B} = b_{11}b_{22} - b_{12}^2 > 0$.

Nel caso A ($\mathbf{g}(\mathbf{q}_0) = \mathbf{0}$ e $\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{0}$, quindi anche $\mathbf{c}(\mathbf{q}_0, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$) verrà considerata in dettaglio la costruzione grafica per la sola situazione $b_{12} > 0$. Le altre seguono immediatamente da considerazioni analoghe. I vincoli scalari sono

$$-T_1 \leq b_{11}\ddot{q}_1 + b_{12}\ddot{q}_2 \leq T_1$$

e

$$-T_2 \leq b_{12}\ddot{q}_1 + b_{22}\ddot{q}_2 \leq T_2.$$

Quando $b_{12} > 0$, le due rette delle equazioni omogenee associate,

$$b_{11}\ddot{q}_1 + b_{12}\ddot{q}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{q}_2 = -\frac{b_{11}}{b_{12}} \ddot{q}_1$$

e

$$b_{12}\ddot{q}_1 + b_{22}\ddot{q}_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{q}_2 = -\frac{b_{12}}{b_{22}} \ddot{q}_1,$$

hanno entrambe pendenza negativa. Inoltre, la pendenza (in modulo) della prima è sempre superiore a quella della seconda in quanto

$$b_{11}b_{22} - b_{12}^2 > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{b_{11}}{b_{12}}}{\frac{b_{12}}{b_{22}}} > 1.$$

Le Figure 1–2 mostrano rispettivamente le bande ammissibili per le accelerazioni, dovute ai limiti di coppia al primo e al secondo giunto. La regione poligonale risultante e un vettore a massima norma di accelerazione sono riportati in Figura 3.

Nelle Figure 4 e 5 sono riportate le regioni ottenute per le situazioni $b_{12} < 0$ e $b_{12} = 0$, sempre relativamente al caso A. Si noti che in ogni situazione l'accelerazione $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ è sempre ammissibile.

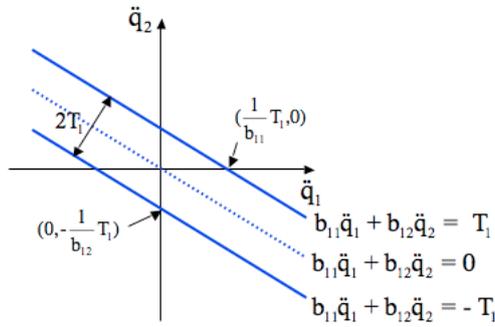


Figura 1: Caso A con $b_{12} > 0$: limiti sulla coppia del giunto 1

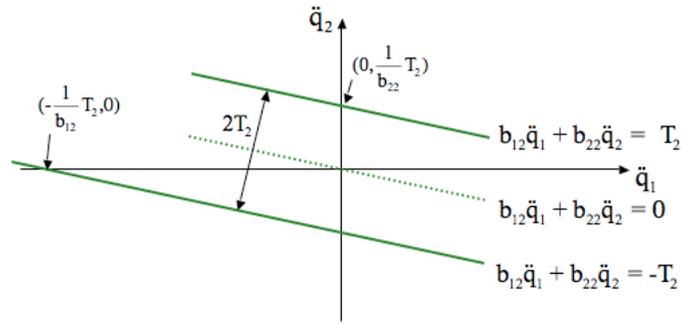


Figura 2: Caso A con $b_{12} > 0$: limiti sulla coppia del giunto 2

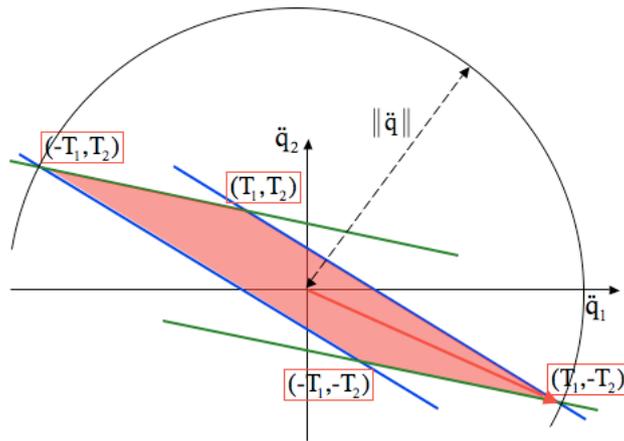


Figura 3: Caso A con $b_{12} > 0$: regione risultante e determinazione della massima $\|\ddot{\mathbf{q}}\|$ (viene mostrata solo una delle due soluzioni)

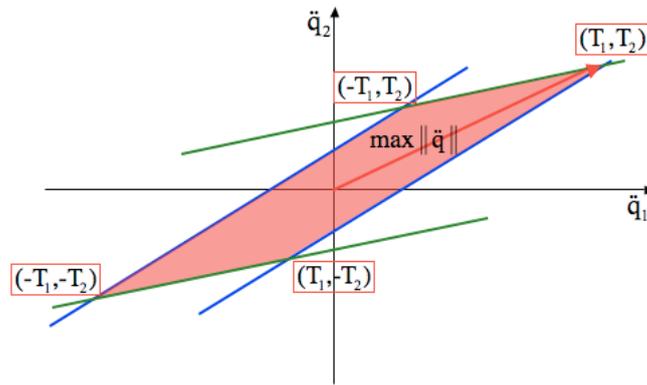


Figura 4: Caso A con $b_{12} < 0$: regione ammissibile e massima $\|\ddot{q}\|$ (è mostrata solo una delle due soluzioni)

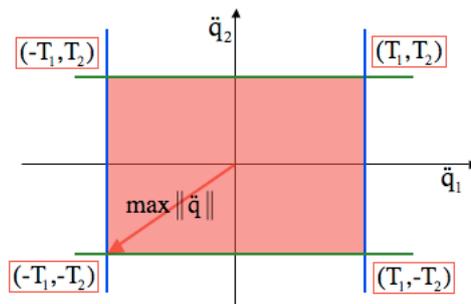


Figura 5: Caso A con $b_{12} = 0$: regione ammissibile e massima $\|\ddot{q}\|$ (è mostrata solo una delle due soluzioni)

Nel Caso B (\mathbf{q}_0 qualsiasi e $\dot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{0}$), I vincoli scalari diventano

$$-T_1 - g_1 \leq b_{11}\ddot{q}_1 + b_{12}\ddot{q}_2 \leq T_1 - g_1$$

e

$$-T_2 - g_2 \leq b_{12}\ddot{q}_1 + b_{22}\ddot{q}_2 \leq T_2 - g_2.$$

Nell'ipotesi fatta che $T_i > |g_i(\mathbf{q})|$ ($\forall \mathbf{q} \in \mathbb{R}^2$), per $i = 1, 2$, i limiti superiori e inferiori mantengono lo stesso segno (rispettivamente, positivi e negativi) del caso di assenza di gravità. Tale ipotesi è più che ragionevole in quanto il dimensionamento delle coppie erogabili dai motori è tale da sostenere almeno il carico statico del robot stesso in una qualsiasi configurazione. Pertanto la situazione è simile a quella del Caso A, ma con la presenza ora di un offset sulle bande di accelerazioni ammissibili a causa della gravità. La regione relativa alla situazione $b_{12} < 0$ è riportata in Figura 6. E' qui illustrato un offset degli assi dovuto ad un vettore di gravità $\mathbf{g} = (g_1 \ g_2)^T$ avente componenti di segno

$$g_1 < 0, \quad g_2 > 0.$$

Si noti che il vettore di accelerazione $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ si mantiene sempre ammissibile.

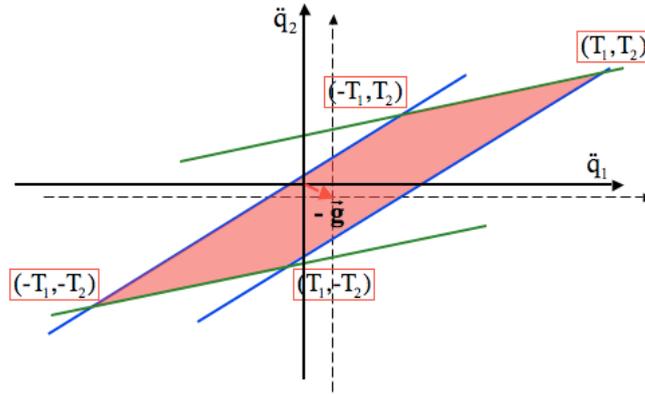


Figura 6: Caso B con $b_{12} < 0$: regione ammissibile e spostamento degli assi dovuto al vettore di gravità \mathbf{g}

Infine, nel Caso C i vincoli scalari diventano

$$-T_1 - (g_1 + c_1) \leq b_{11}\ddot{q}_1 + b_{12}\ddot{q}_2 \leq T_1 - (g_1 + c_1)$$

e

$$-T_2 - (g_2 + c_2) \leq b_{12}\ddot{q}_1 + b_{22}\ddot{q}_2 \leq T_2 - (g_2 + c_2).$$

In generale, è possibile che la combinazione dei termini di Coriolis e centrifughi (che crescono con il quadrato delle velocità) e/o di quelli di gravità porti a una situazione in cui $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ non è più ammissibile. Ciò avviene tipicamente per regimi di velocità sufficientemente elevati. L'inammissibilità del vettore di accelerazione nulla sta a significare che tale regime di elevata velocità costante (in una data regione dello spazio delle configurazioni del robot) non è *sostenibile* con le date capacità di coppia massima dei motori. Una tale situazione è mostrata in Figura 7, disegnata quando

$$g_1 + c_1 > T_1 > 0, \quad g_2 + c_2 < -T_2 < 0.$$

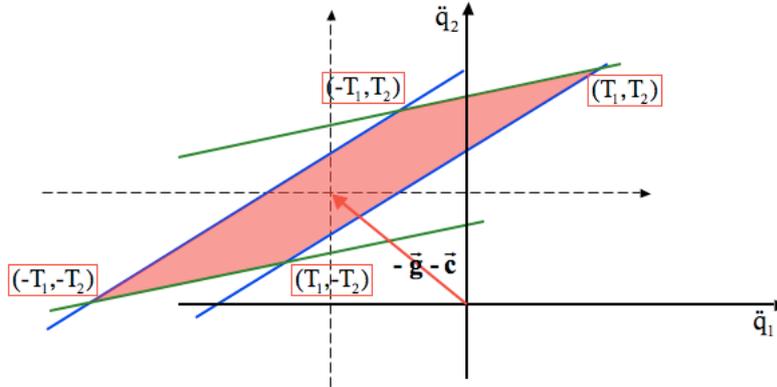
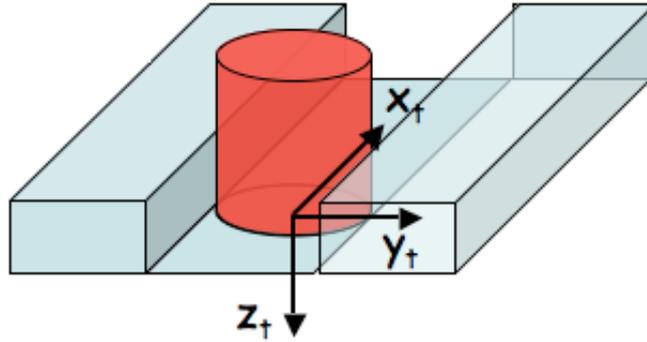


Figura 7: Caso C con $b_{12} < 0$: regione ammissibile e spostamento degli assi dovuto al vettore di gravità \mathbf{g} e al vettore di coppie di Coriolis e centrifughe \mathbf{c}

Esercizio 2



Con riferimento al task frame $(\mathbf{x}_t, \mathbf{y}_t, \mathbf{z}_t)$ in figura, i vincoli naturali (geometrici) sono:

$$v_y = 0, \quad v_z = 0, \quad \omega_x = 0, \quad \omega_y = 0, \quad F_x = 0, \quad M_z = 0.$$

I vincoli artificiali, con i riferimenti scelti in modo da rispettare le specifiche del problema, sono:

$$F_y = 0, \quad F_z = F_{z,d} > 0, \quad M_x = 0, \quad M_y = 0, \quad v_x = v_{x,d} \neq 0, \quad \omega_z = \omega_{z,d}.$$

Nel caso di scorrimento con orientamento costante, si deve porre $\omega_{z,d} = 0$.

Con un robot avente mobilità sufficiente dell'organo terminale (almeno 6 gradi di libertà), uno schema di controllo ibrido avrebbe quattro anelli di forza e due di velocità nello spazio del compito. Nel caso di un robot SCARA è possibile invece realizzare solo quattro anelli di controllo indipendenti e disaccoppiati. La scelta delle *matrici di selezione* in forza e in velocità è quindi:

$$\mathbf{S}_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_v = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

In tal caso, non vengono realizzate le specifiche sui momenti M_x e M_y . Il relativo schema di controllo ibrido è deducibile da quello illustrato nel libro di testo (vedi paragrafi 9.5—9.7). Per non avere problemi deve ovviamente essere garantito a priori il parallelismo tra l'asse z_t del task frame e gli assi (tutti paralleli!) dei giunti del robot SCARA. In caso contrario, quando il payload è afferrato rigidamente dal gripper del robot ed è inserito nella guida, si creano dei momenti non controllabili sugli assi x_t e y_t che disturberanno permanentemente la corretta esecuzione del compito.

* * * * *