Corso di Robotica 2

Calibrazione cinematica

Prof. Alessandro De Luca

Dipartimento di Informatica
e Sistemistica Antonio Ruberti

Sapienza
Università di Roma

Cinematica diretta

- set parametri di Denavit-Hartenberg (D-H) nominali

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad a = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$$

- cinematica diretta nominale

$$r_{nom} = f(\alpha, a, d, \theta), \quad \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{pmatrix}$$

nell'ipotesi di giunti rotatori,
le θ sono misurate da encoder

Necessità di calibrazione

- piccole imprecisioni dovute a tolleranze di lavorazione meccanica e all'assemblaggio dei bracci/giunti portano ad errori di posa dell'E-E (parametri reali ≠ nominali)
- tali errori sono amplificati dalla struttura a catena cinematica aperta comune nei robot
- il montaggio degli encoder sugli assi dei motori potrebbe non far coincidere lo "zero" con quello nominale nella cinematica diretta del robot (misura con "bias" costante)
- obiettivo della calibrazione: recuperare il più possibile gli errori di posa con una "correzione" del set di parametri nominali di D-H
- da effettuarsi in linea di principio, robot per robot…

Sistemi di misura cartesiana - 1

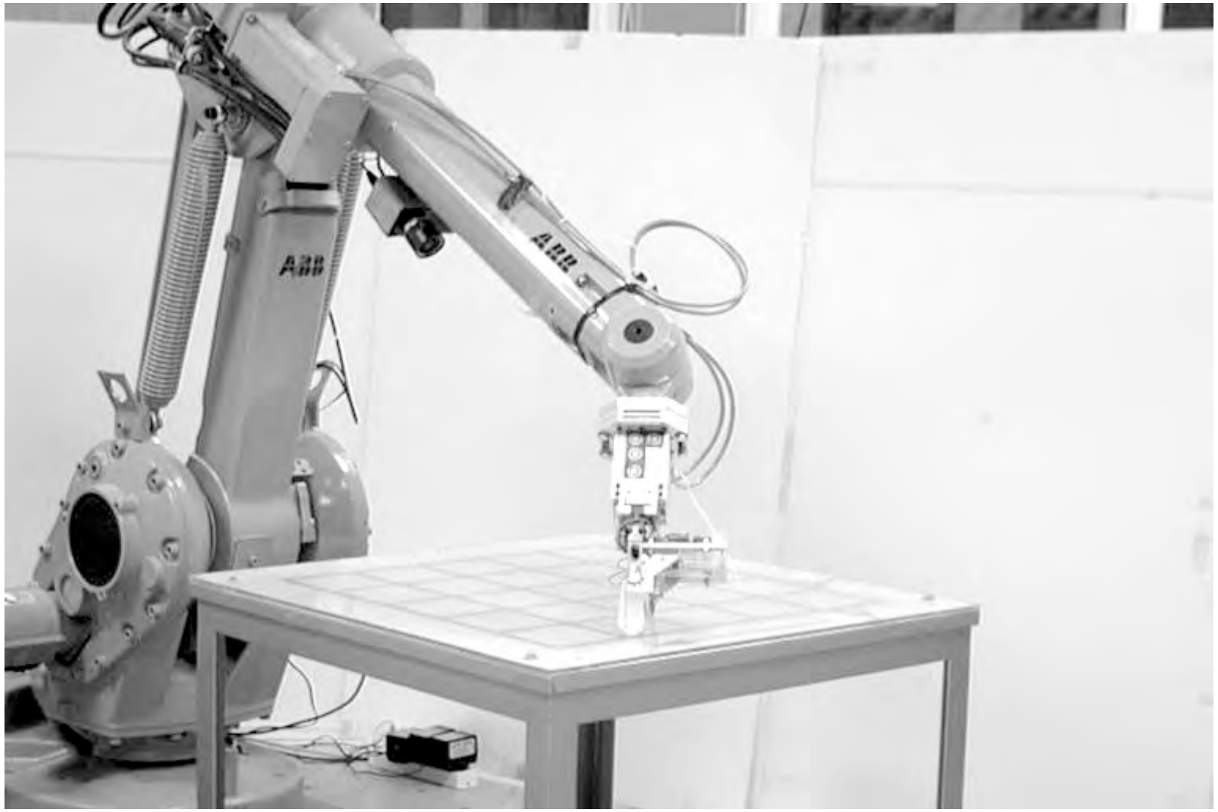
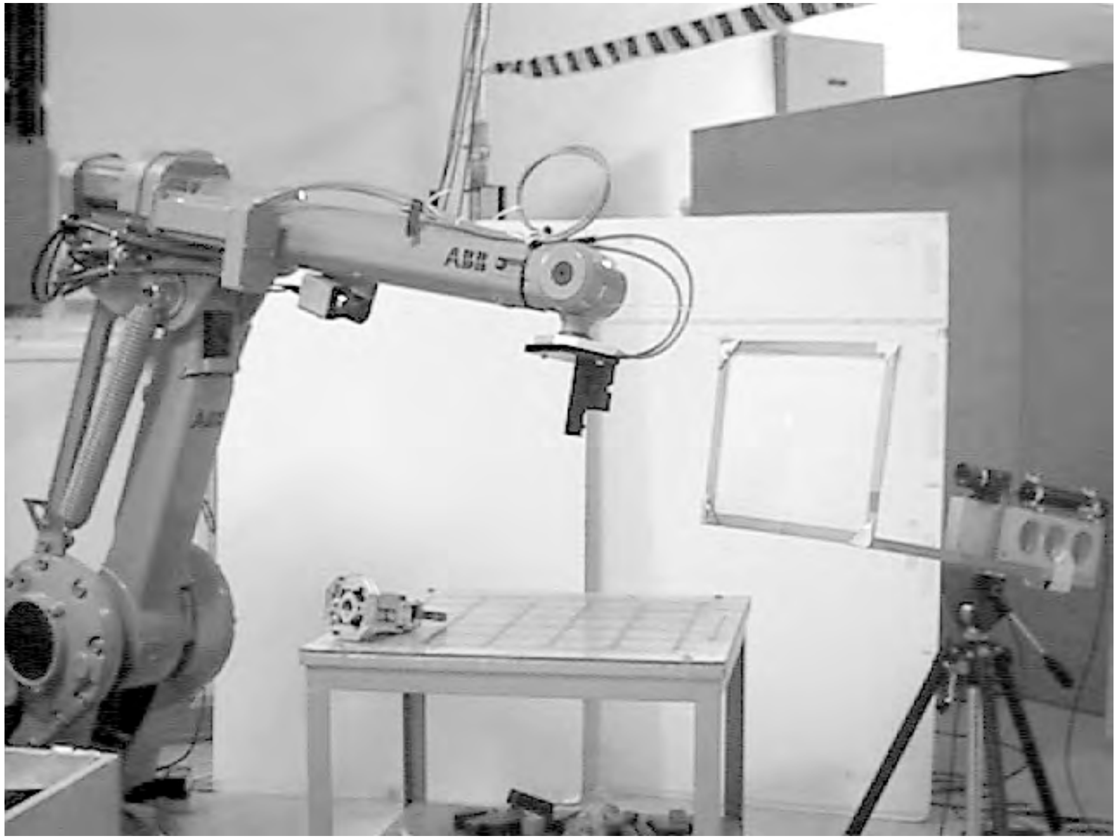


tavola di calibrazione

Sistemi di misura cartesiana - 2



sistema laser + triangolazione (teodoliti)

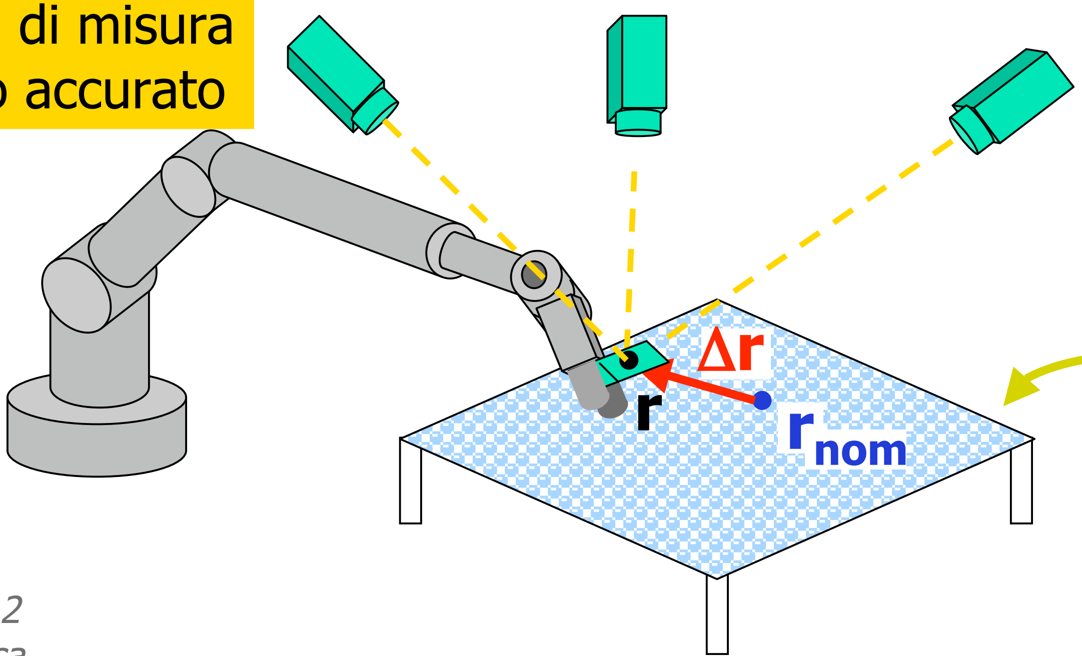
Linearizzazione della cinematica diretta

Jacobiani parziali valutati in condizioni nominali

$$\Delta r = r - r_{nom} = \frac{\partial f}{\partial \alpha}\cdot\Delta\alpha + \frac{\partial f}{\partial a}\cdot\Delta a + \frac{\partial f}{\partial d}\cdot\Delta d + \frac{\partial f}{\partial \theta}\cdot\Delta\theta$$

"piccolo" ottenuto da un sistema di misura esterno accurato

variazioni del primo ordine



teodoliti, telecamere + triangolazione

tavola di calibrazione

Equazione di calibrazione

$$\Delta\varphi = \begin{pmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta a \\ \Delta d \\ \Delta\theta \end{pmatrix} \leftarrow 4n \times 1 \qquad \Phi = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial \alpha} & \dfrac{\partial f}{\partial a} & \dfrac{\partial f}{\partial d} & \dfrac{\partial f}{\partial \theta} \end{pmatrix}$$

$\boxed{6 \times 4n}$

$$\Rightarrow \quad \Delta r = \Phi \cdot \Delta\varphi$$

ℓ esperimenti $(\ell \gg n)$

$$\underset{6\ell \times 1}{\Delta\bar{r}} = \begin{pmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \vdots \\ \Delta r_\ell \end{pmatrix} \qquad \underset{6\ell \times 4n}{\bar{\Phi}} = \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_\ell \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\bar{r} = \bar{\Phi}\,\Delta\varphi$$

misure — valutata sui parametri nominali — incognite

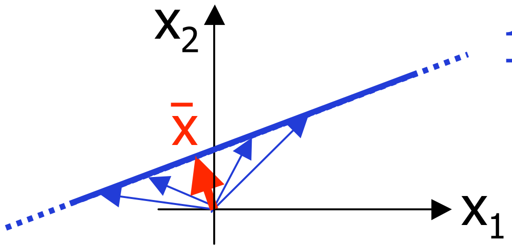
rango colonna pieno (per ℓ sufficientemente grande)

Sistemi lineari sotto- e sovradeterminati

$$A\,x = b$$

rango pieno

A



1 equazione
2 incognite

soluzione a norma minima

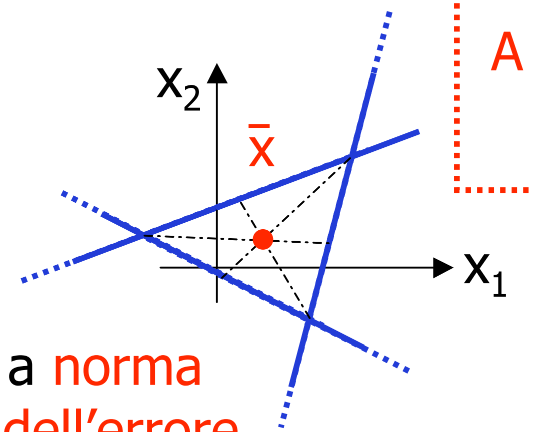
$$\min \frac{1}{2}\|x\|^2, \quad \text{tra le } x\text{: } A\,x = b$$

$$A^{\#} = A^T\left(A\,A^T\right)^{-1}$$

rango pieno

A

3 equazioni
2 incognite



"soluzione" a norma minima dell'errore

$$\min \frac{1}{2}\|Ax - b\|^2$$

$$A^{\#} = \left(A^T A\right)^{-1} A^T$$

$$\bar{x} = A^{\#}\,b$$

pseudoinversa

Algoritmo di calibrazione

$$\boxed{\Delta \bar{r} = \bar{\Phi} \Delta \varphi}$$

$$\Delta\varphi = \bar{\Phi}^{\#}\Delta\bar{r} = \left(\bar{\Phi}^T \cdot \bar{\Phi}\right)^{-1}\bar{\Phi}^T \cdot \Delta\bar{r}$$

minimizza $\frac{1}{2}\left\|\bar{\Phi}\Delta\varphi - \Delta\bar{r}\right\|^2$

$$\varphi_{nom} + \Delta\varphi = \varphi'$$

nuovo set di DH + "bias" su misure di θ

$$\boxed{\Delta\bar{r}' = \bar{\Phi}'\Delta\varphi}$$

...ITERANDO!

valutati sui nuovi valori φ'

Commenti finali

- metodo iterativo ai minimi quadrati (problema originario non lineare nelle incognite, linearizzato con uno sviluppo di Taylor al primo ordine)
- può convenire calibrare per prime e separatamente le grandezze con accuratezza peggiore (tipicamente il bias sugli encoder), tenendo fisse ai valori nominali le restanti
- esistono descrizioni cinematiche alternative a D-H, più complesse ma meglio condizionate numericamente per l'algoritmo di calibrazione
- la stima accurata dei parametri reali è un problema più generale in robotica, relativo a sensori (calibrazione telecamera) e a modelli (identificazione coefficienti dinamici del manipolatore)