

Programma del corso di Ottimizzazione Combinatoria

Docente Renato Bruni.

1) Introduzione all'Ottimizzazione Combinatoria

Problemi di Decisione, Struttura generale dei problemi di Ottimizzazione Combinatoria (OC).

Parallelismo tra OC con funzione obiettivo lineare e PL01.

Primo esempio di OC: Pianificazione degli Investimenti.

2) Introduzione alla Teoria dei Grafi

Definizioni e terminologia:

Grafi orientati, non orientati, tagli, cammini, cicli, componenti connesse, alberi, etc.

3) Cenni di Complessità Computazionale

La valutazione della complessità computazionale.

Modelli di calcolo e Classi di Complessità computazionale.

Le classi P ed NP.

4) Formulazioni e Bound

Valutazione di soluzioni ammissibili tramite Bound.

Bound da rilassamento lineare. Formulazioni e Formulazioni Ottime.

Algoritmo di Branch & Bound.

Totale Unimodularità.

5) Problemi di flusso a costo minimo

Flusso su una rete, Flusso ammissibile.

Totale unimodularità della matrice e interezza delle soluzioni

Cammino minimo e massimo flusso come casi particolari

6) Problemi di Cammino Minimo

Concetto di Cammino minimo.

Formulazione e suo duale.

Algoritmo di Bellman-Ford; algoritmo di Floyd-Warshall.

7) Problemi di Massimo Flusso

Concetto di Massimo flusso.

Formulazione e suo duale.

Teorema massimo flusso/minimo taglio.

8) Problemi di Localizzazione Impianti

Formulazione Forte e Debole.

Simplexso Dinamico.

Uso di strumenti software per la risoluzione.

Implementazione tramite AMPL del simplexso dinamico.

9) Problema del minimo Ciclo Hamiltoniano

Concetto di euristica, utilità delle euristiche. Greedy e Ricerca Locale.

Ricerca Locale con intorni esponenziali e matching.

Problema del minimo Albero Ricoprente.

Algoritmo di Christofides.

10) Problemi di Vehicle Routing

Clustering e Routing.

Modello Completo e sue varianti: capacità veicoli, numero veicoli variabile e aspetti temporali.

Approcci risolutivi: euristiche costruttive, euristiche due fasi, euristiche migliorative.

11) Problemi di Scheduling di Personale

Definizione del problema e Modello di PL01.

Tecniche per ottenere soluzione bilanciata e tenere conto delle preferenze dei lavoratori.

Materiale didattico

Slides delle lezioni (contenenti anche esempi svolti) scaricabili dalla pagina web del docente. Tale materiale è sufficiente per la preparazione dell'esame. Le lezioni seguiranno molto fedelmente le slides, ma in caso di differenziazione occorre studiare ciò che viene spiegato a lezione.

Testi per eventuale approfondimento

A. Sassano: Modelli e Algoritmi della Ricerca Operativa, 2^a edizione, Franco Angeli editore, 2004.
D. Bertsimas J.N. Tsitsiklis: Introduction to Linear Optimization, Athena Scientific, 1997.
C.H. Papadimitriou, K. Steiglitz: Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity, Dover Publications, 1998.

Modalità di Esame

L'esame è scritto, e consiste in 2 o 3 domande, di norma articolate in più punti. Possono essere domande teoriche sui vari argomenti del programma o esercizi da svolgere del tipo degli esempi visti a lezione e presenti nelle slides. La risposta deve essere chiara, esauriente ma non inutilmente prolissa, tipicamente una facciata di foglio protocollo, e deve dimostrare che lo studente ha compreso pienamente l'argomento ed è in grado di spiegarlo; non che lo ha imparato a memoria. Quindi, anche se le definizioni potranno essere scritte con le stesse parole delle slides, il resto della risposta userà frasi di preferenza non identiche a quelle presenti nelle slides. Nel caso venga richiesto di mostrare un esempio numerico di applicazione di un algoritmo, l'esempio deve ovviamente essere inventato dallo studente e non essere identico a quello riportato nelle slides.

Combinatorial Optimization

program of the course

1) Introduction to Combinatorial Optimization

Decision Problems, General structure of Combinatorial Optimization problems (CO).

Parallelism between CO with linear objective and LP01.

First example of CO: Capital budgeting.

2) Introduction to Graph Theory

Definitions and terms:

Directed and undirected Graphs, cuts, paths, cycles, connected components, trees, etc.

3) Elements of Computational Complexity

Evaluation of computational complexity.

Computation Models and Complexity Classes.

P and NP classes.

4) Formulations and Bounds

Evaluation of a feasible solution by using Bounds.

Linear relaxation Bound. Formulations and Optimal Formulations.

Branch & Bound algorithm.

Total Unimodularity.

5) Minimum cost flow problems

Flow in a network, feasible Flow.

Total unimodularity and integrality.

Special cases: Shortest path and Maximum flow.

6) Shortest path problems

What is a Shortest path.

Formulation and dual.

Bellman-Ford algorithm.

Floyd-Warshall algorithm.

7) Maximum flow problems

What is a Maximum flow.

Formulation and dual.

Max Flow/Min cut theorem.

8) Plant Location problems

Strong and weak formulations.

Dynamic Simplex technique.

Solution softwares.

AMPL implementation of dynamic simplex.

9) Minimum Hamiltonian cycle problem

What is a heuristic, field of use. Greedy and Local Search.

Local Search with exponential neighborhood and matching.

Minimum spanning tree problem.

Christofides algorithm.

10) Vehicle Routing problems

Clustering and Routing.

Complete model and variants: capacitated vehicles, variable number of vehicles, temporal aspects.

Solution techniques: constructive heuristics, two-phases heuristics, improving heuristics.

11) Personnel Scheduling problems

Definition of the problem and PL01 model.

Techniques to obtain a balanced solution and take into account workers' preferences.