Sapienza Università di Roma

Unità Didattica Sistemi Digitali di Controllo

Prova Scritta del 18 Dicembre 2007

1. Dato un A/D unipolare a 4 bit con $V_{ref} = 10$ V, determinare l'uscita corrispondente a $V_{in} = 0,8$ V.
2. Si consideri il sistema retroazionato a tempo discreto rappresentato in Fig. 1 ove

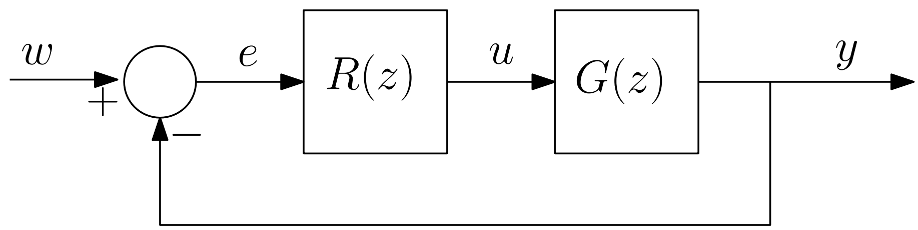

Figura 1: Sistema retroazionato a tempo discreto

$$G(z) = \frac{z}{z^2+1} \ .$$

Progettare $R(z)$ in modo in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

(a) l'errore corrispondente ad un riferimento a scalino sia nullo a regime permanente;

(b) gli autovalori del sistema retroazionato siano in modulo minori di 0,7.

Soluzione proposta

1. Si tratta di determinare la rappresentazione binaria troncata a quattro bit di

$$\frac{V_{in}}{V_{ref}} = 0,08 \ . \tag{1}$$

Utilizzando il metodo delle moltiplicazioni successive si ottiene

$$\begin{array}{rclcccl} 2 \cdot 0,08 & = & 0,16 & < & 1 & \Rightarrow & b_1 = 0 \\ 2 \cdot 0,16 & = & 0,32 & < & 1 & \Rightarrow & b_2 = 0 \\ 2 \cdot 0,32 & = & 0,64 & < & 1 & \Rightarrow & b_3 = 0 \\ 2 \cdot 0,64 & = & 1,28 & > & 1 & \Rightarrow & b_4 = 1 \ . \end{array} \tag{2}$$

Pertanto l'uscita dello A/D è data dalla parola 0001.

2. Per soddisfare la specifica (a) senza aumentare il grado relativo del funzione di sentività complementare consideriamo il "processo allargato"

$$\tilde{G}(z) = \frac{z}{z-1} G(z) = \frac{z^2}{(z^2+1)(z-1)} \ . \tag{3}$$

Quindi determiniamo una $\tilde{R}(z)$ tale che gli autovalori del sistema rtetroazionato siano tutti in modulo minore di 0,7. Ció si puó ottenere scegliendo una $\tilde{R}(z)$ del tipo

$$\tilde{R}(z) = \frac{q_2 z^2 + q_1 z + q_0}{z^2 + p_1 z + p_0} \tag{4}$$

e imponendo che

$$(z^2+1)(z-1)(z^2+p_1 z+p_0) + z^2(q_2 z^2 + q_1 z + q_0) = z^5 \ . \tag{5}$$

Applicando il principio di identità dei polinomi e risolvendo il risultante sistema di equazioni lineari nelle incognite q_2, q_1, q_0, p_1, e p_0, si trova che

$$\begin{array}{rcl} p_0 & = & 0 \\ p_1 & = & 0 \\ q_0 & = & 1 \\ q_1 & = & -1 \\ q_2 & = & 1 \ . \end{array}$$

Pertanto

$$R(z) = \frac{z}{z-1} \tilde{R}(z) = \frac{z^2 - z + 1}{z(z-1)} \ . \tag{6}$$