

Automazione

17 gennaio 2022

Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione finalizzato al controllo della ricarica di veicoli elettrici e composto da N stazioni di ricarica identiche. Ogni stazione di ricarica, per $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, è costituita da attuatori e sensori come descritto nella Tab. 1 (il tipo è A = Attuatore o S = Sensore).

Tipo	Id	Descrizione
S	R_i	se = 1, un veicolo presente presso la i -esima stazione deve essere ricaricato; se = 0, il veicolo è stato disconnesso dalla ricarica oppure nessun veicolo necessita di una ricarica presso la i -esima stazione
S	SoC_i	stato di carica della batteria del veicolo connesso alla i -esima stazione, espresso in percentuale (da 0 a 100)
S	T_i	temperatura interna alla i -esima stazione di ricarica (unità di misura °C)
A	SC_i	se = 1, il veicolo nell' i -esima stazione viene ricaricato in modalità lenta (Slow Charge)
A	FC_i	se = 1, il veicolo nell' i -esima stazione viene ricaricato in modalità veloce (Fast Charge)
A	V_i	se = 1, viene attivata la ventola di raffreddamento della i -esima stazione di ricarica

Tabella 1: Elementi per l'automazione per il controllo della ricarica di veicoli elettrici.

Il funzionamento del sistema di una generica stazione di ricarica i -esima, è così caratterizzato.

- Quando è rilevata la condizione $R_i = 1$, il sistema inizia a ricaricare la batteria del veicolo connesso.
- Indipendentemente dal numero N di stazioni di ricarica, solo una stazione per volta può ricaricare in modalità Fast Charge. In particolare, in caso di competizione, ha maggiore priorità la stazione di ricarica con indice i più basso.
- Se possibile, la ricarica viene effettuata in modalità Fast Charge, altrimenti, viene operata una modalità Slow Charge.
- Il cambio di modalità di ricarica (da slow a fast e viceversa) può avvenire dinamicamente durante la ricarica.
- Quando una stazione di ricarica riesce ad accedere alla modalità di Fast Charge, la può utilizzare per un minuto senza che altre stazioni di ricarica (a maggiore priorità) gliela possano sottrarre.
- Se entrambi gli attuatori SC_i e FC_i sono posti ad 1, la stazione dà priorità alla ricarica veloce.
- Una ricarica termina al verificarsi di uno dei seguenti eventi:
 - lo stato di carica del veicolo SoC_i raggiunge il 100%;
 - il veicolo viene disconnesso dal sistema di ricarica ($R_i = 0$).
- Esclusivamente quando una stazione sta caricando un veicolo, viene monitorata la temperatura interna T_i ; se è maggiore o uguale a 75°C viene attivata la ventola V_i di raffreddamento.

Si progetti secondo tali specifiche un diagramma SFC per il controllo della ricarica dei veicoli.

Esercizio 2

Si consideri un processo termico con una dinamica relativamente lenta e un ritardo di trasmissione in cui occorre regolare accuratamente l'uscita y a regime al valore desiderato y_d . Con riferimento alla Fig. 1, è mostrata la risposta a un gradino unitario ottenuta quando il controllore $C(s)$ è quello di test con legge proporzionale all'errore $u = K_t(y_d - y)$ e $K_t = 5$.

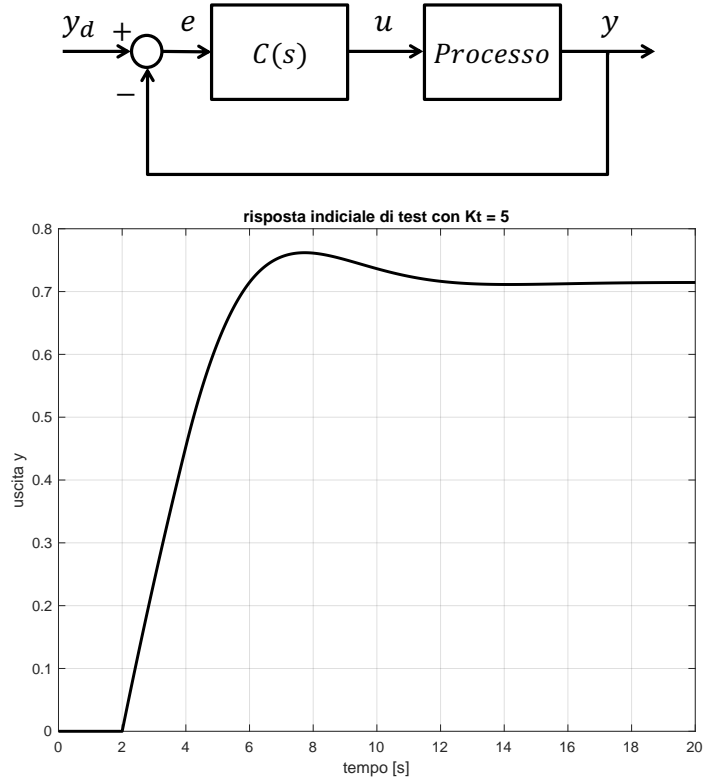


Figura 1: Sistema a retroazione per il test (con $C(s) = K_t = 5$) del comportamento del processo controllato [sopra] e relativa risposta indiale [sotto].

Progettare il controllore $C(s)$ utilizzando la più semplice delle leggi di tipo PID in grado di fornire errore nullo a regime permanente per un qualsiasi riferimento y_d costante, con transitori rapidi almeno quanto quello mostrato in figura e oscillazioni ridotte o possibilmente assenti.

Si proceda quindi a un'implementazione digitale della legge di controllo progettata, fornendo l'espressione dei campioni di controllo $u_k = u(kT_c)$ in funzione dei valori campionati del riferimento $y_{d,k}$ e dell'uscita misurata y_k .

Qual è un campo di valori significativi per il passo di campionamento T_c da usare in questo sistema?

Esercizio 3

Analizzare le proprietà di conservatività, limitatezza e reversibilità, nonché l'esistenza o meno di deadlock (marcature raggiungibili bloccanti) della rete di Petri in Fig. 2, utilizzando anche P-invarianti e T-invarianti.

Progettare quindi un supervisore in modo che la rete risultante sia viva, limitata e reversibile.

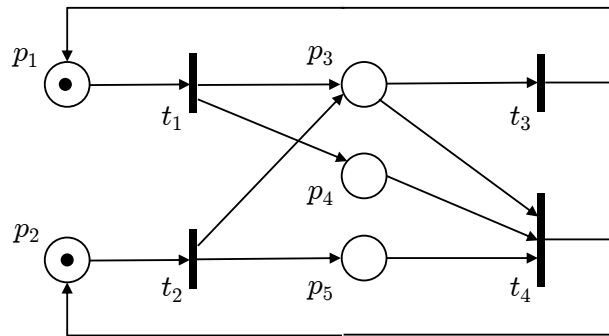


Figura 2: La rete di Petri da analizzare e per la quale progettare un opportuno supervisore.

Esercizio 4

Il protocollo di comunicazione Token Ring su una rete locale ad anello destinata all'automazione si può schematizzare in maniera semplificata nel modo seguente.

- Nella rete circola un token che definisce se la rete è libera (non vi sono messaggi) o se è occupata in trasmissione, nel qual caso il token è all'inizio di un pacchetto di dati, seguito da un campo con il destinatario del messaggio e dal messaggio stesso. Per semplicità, si assuma che ogni messaggio utile sia interamente contenuto in un solo pacchetto.
- Tutti i dispositivi affacciati sulla rete sono per default in uno stato di ascolto. Quando un dispositivo genera internamente un messaggio da inviare, attende di ricevere il token libero prima di poter trasmettere. Nel caso, trasforma il token in occupato (o, in modo equivalente, rimuove il token) e immette in rete il pacchetto con messaggio e destinatario.
- All'arrivo di un pacchetto, se un dato dispositivo è il destinatario del messaggio ne legge il contenuto lasciando circolare il pacchetto non modificato in rete. Altrimenti il pacchetto passa senza operazioni da parte del dispositivo.
- Quando il dispositivo che ha trasmesso riceve lo stesso pacchetto che ha inviato, la trasmissione ha avuto buon esito: il dispositivo rimuove il messaggio e il destinatario e reintroduce il token libero in rete. Se invece il pacchetto non è lo stesso inviato a causa di errori di trasmissione, il dispositivo riprova una seconda volta ripristinando l'intero pacchetto. Dopo due fallimenti consecutivi, abbandona però la trasmissione.
- Se un dispositivo che vuole trasmettere è anche il destinatario del messaggio che circola in rete, procede all'operazione di lettura mantenendo comunque il suo stato di attesa di trasmissione.

Modellizzare il funzionamento di un generico dispositivo presente in una rete con questo protocollo mediante un automa a stati finiti che gestisce gli eventi di trasmissione e ricezione e quelli interni di generazione e lettura di messaggi.

In che senso si può dire che tale protocollo *i)* è decentralizzato e *ii)* può gestire una comunicazione con vincoli real time?

[210 minuti (3 ore e mezza) per l'intero esame; libri aperti]

Soluzione

17 gennaio 2022

Esercizio 1

Una possibile soluzione al problema dato è riportata in Fig. 3.

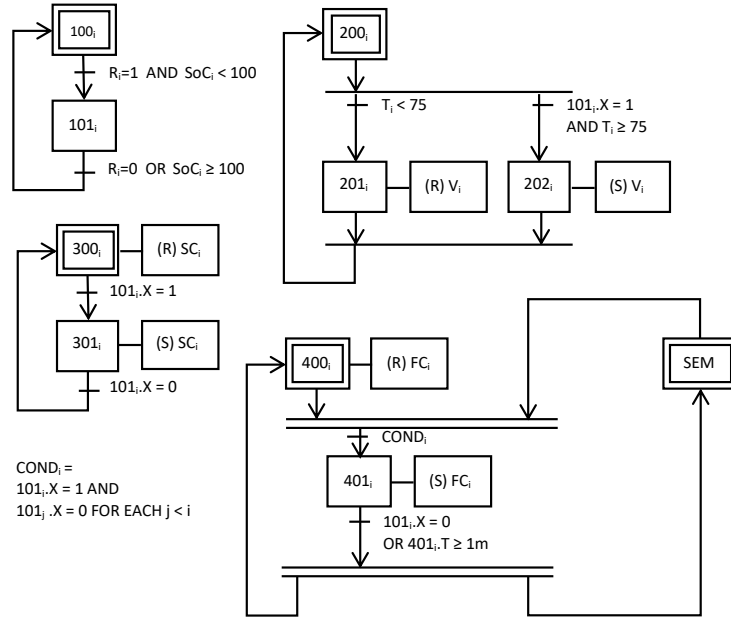


Figura 3: Il diagramma SFC del sistema di controllo della ricarica di veicoli elettrici.

Il diagramma SFC può essere interpretato come segue.

- Il diagramma SFC fa riferimento all' i -esima stazione di ricarica; per tale motivo tutti gli stati sono rappresentati con un pedice i , eccetto per lo stato semaforico.
- Lo stato semaforico indica la disponibilità ($SEM = 1$) o meno ($SEM = 0$) della ricarica veloce.
- Gli stati 100_i , 200_i , 300_i e 400_i sono gli stati iniziali dei cicli di controllo dei corrispondenti sottosistemi:
 - gli stati 100_i e 101_i rappresentano il ciclo di controllo principale del sistema di ricarica
 - gli stati 200_i , 201_i e 202_i i rappresentano il ciclo di controllo della ventola di raffreddamento
 - gli stati 300_i e 301_i rappresentano il ciclo di controllo della ricarica lenta
 - gli stati 400_i e 401_i rappresentano il ciclo di controllo della ricarica veloce.
- Quando un veicolo richiede di caricare la batteria ($R_i = 1$) e la sua batteria non è carica ($SoC_i < 100$) il sistema di ricarica passa dallo stato 100_i allo stato 101_i . Non appena viene staccato il veicolo dalla stazione di ricarica ($R_i = 0$) oppure la ricarica termina ($SoC_i \geq 100$), il sistema di ricarica passa dallo stato 101_i allo stato 100_i . Pertanto, la variabile marker $101_i.X$ indica la necessità di caricare la batteria del veicolo elettrico.
- Quando $101_i.X = 1$, la temperatura viene controllata e se è maggiore o uguale a 75°C , viene attivata la ventola. La ventola si attiva solo se è in corso una ricarica, ma viene disattivata non appena la temperatura scende sotto i 75°C , anche indipendentemente dalla necessità o meno di una ricarica (questo evita che la ventola rimanga accesa inutilmente).

- Quando $101_i.X = 1$, viene attivata la ricarica Slow Charge; non appena $101_i.X = 0$, viene disattivata.
- Quando $101_i.X = 1$, viene attivata la ricarica Fast Charge solo se tale modalità è disponibile ($SEM = 1$) e se non ci sono stazioni di ricarica a maggiore priorità che la richiedono (condizione espressa da $COND_i$). Viene utilizzato una struttura a semaforo condivisa con tutte le N stazioni di ricarica. Quando è attivo lo stato 401_i si avvia la modalità di ricarica Fast Charge che rimane attiva per massimo un minuto e si può disattivare se $101_i.X = 0$. In corrispondenza alla verifica di una delle due condizioni, lo stato 401_i si disattiva, liberando la risorsa condivisa.
- Quando lo stato 401_i è attivo lo sarà anche lo stato 301_i , ma la colonnina darà priorità alla modalità di ricarica veloce.

Esercizio 2

Osservando la risposta del processo termico ad un gradino unitario quando è controllato da una legge di test esclusivamente proporzionale all'errore (Fig. 1), la presenza di un errore a regime indica che è necessario introdurre anche un'azione di controllo integrale. Faremo quindi riferimento ad un regolatore di tipo PI e alla relativa tabella di Ziegler-Nichols (Z-N) per la sintonizzazione dei parametri. Dalla risposta di test del processo controllato si ricavano graficamente i parametri di un modello equivalente come da Fig. 4:

$$P_c(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{1 + \tau s}, \quad \text{con } K = 0.71, \theta = 2, \tau = 3 \quad \Rightarrow \quad P_c(s) = \frac{0.71 e^{-2s}}{1 + 3s}. \quad (1)$$

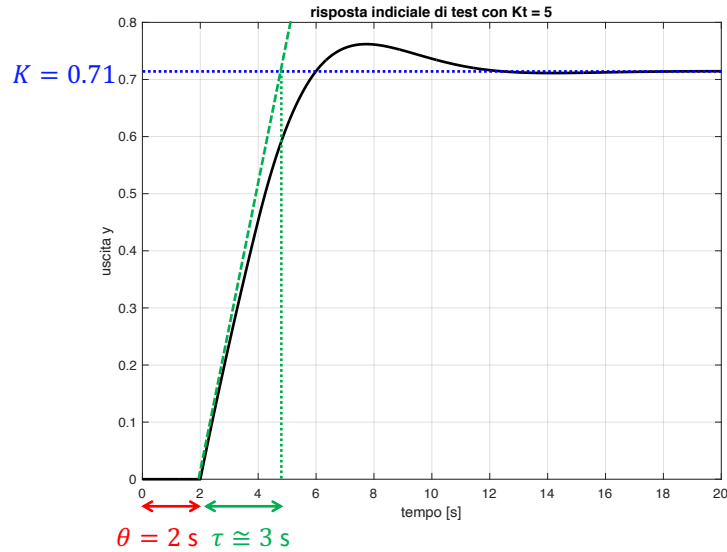


Figura 4: Parametri estratti dalla risposta indiale del processo controllato con un anello di test con guadagno proporzionale $K_t = 5$.

Non avendo a disposizione la risposta indiale del solo processo termico $P(s)$, il progetto del regolatore PI sarà svolto sul modello equivalente $P_c(s)$, nel quale è già presente l'anello di controllo proporzionale utilizzato per il test. Avendo come riferimento lo schema di controllo di Fig. 1, inseriremo l'azione del regolatore PI *in parallelo* all'anello esistente, ottenendo lo schema con un

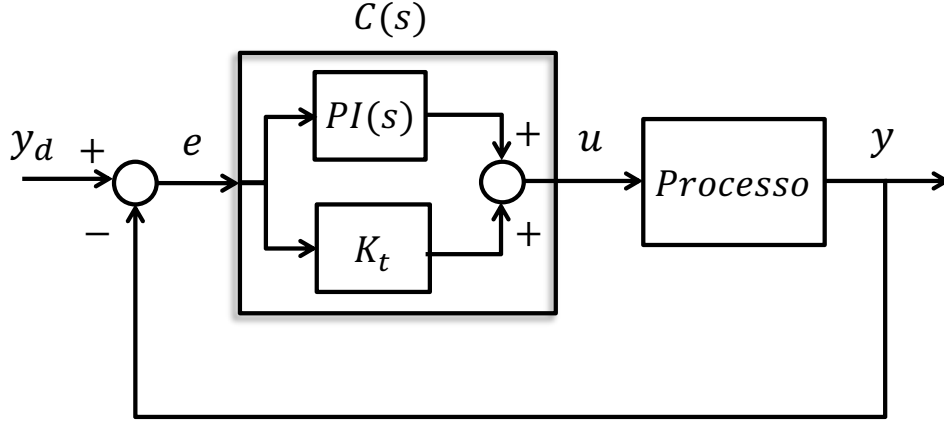


Figura 5: Sistema con il parallelo delle due azioni di controllo sull'errore: $C(s) = C_{PI}(s) + K_t$.

solo anello in retroazione di Fig. 5. Si consideri quindi la legge di controllo proporzionale-integrale sull'errore $e(t) = y_d - y(t)$

$$u_{PI}(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\sigma) d\sigma = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\sigma) d\sigma \right), \quad K_i = \frac{K_p}{T_i},$$

ovvero, nel dominio di Laplace,

$$u_{PI}(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) e(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) e(s),$$

da cui

$$C_{PI}(s) = \frac{u_{PI}(s)}{e(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s} = \frac{K_p}{T_i} \frac{1 + T_i s}{s} = K_i \frac{1 + T_i s}{s}$$

Dalla tabella di Ziegler-Nichols per un regolatore PI, utilizzando i parametri grafici identificati per $P_c(s)$ in (1), si ha

$$K K_p = 0.9 \frac{\tau}{\theta}, \quad T_i = 3.33 \theta \quad \Rightarrow \quad K_p = \frac{0.9 \tau}{K \theta} = 1.90, \quad T_i = 6.66, \quad K_i = 0.29.$$

Il controllore è pertanto

$$C(s) = C_{PI}(s) + K_t = 0.29 \frac{1 + 6.66 s}{s} + 5 = 0.29 \frac{1 + 23.90 s}{s}.$$

La Fig. 6 mostra il risultato ottenuto per la risposta indiciale ad anello chiuso. Come desiderato, l'errore si annulla a regime permanente, il tempo di salita (istante di primo attraversamento del valore di regime) si mantiene analogo a quello iniziale ($t_s \simeq 4$ s) e il transitorio ha un modestissimo overshoot ($< 5\%$) e una sola piccola oscillazione. Tuttavia, la convergenza al valore di regime (pari a 1) è lentissima.

Un notevole miglioramento si ottiene procedendo con una modifica della posizione dello zero nella funzione di trasferimento $C_{PI}(s)$ del regolatore PI. L'idea è di procedere per cancellazione del polo equivalente in $-1/\tau$, identificato nel test iniziale di risposta indiciale, con lo zero del regolatore PI,

ossia di scegliere $T_i = \tau = 3$ (stessa costante di tempo), mantenendo invariato il valore calcolato per K_p . Nella cascata dei due sistemi

$$C_{PI,mod}(s) \cdot P_c(s) = \frac{K_p}{\tau} \frac{1 + \tau s}{s} \cdot \frac{K e^{-\theta s}}{1 + \tau s} = \frac{K_p}{\tau} \frac{K e^{-\theta s}}{s}$$

è stata eliminata una costante di tempo piuttosto lenta nella catena diretta. Il controllore sarà quindi

$$C(s) = C_{PI,mod}(s) + K_t = 0.63 \frac{1 + 3s}{s} + 5 = 0.63 \frac{1 + 10.93s}{s},$$

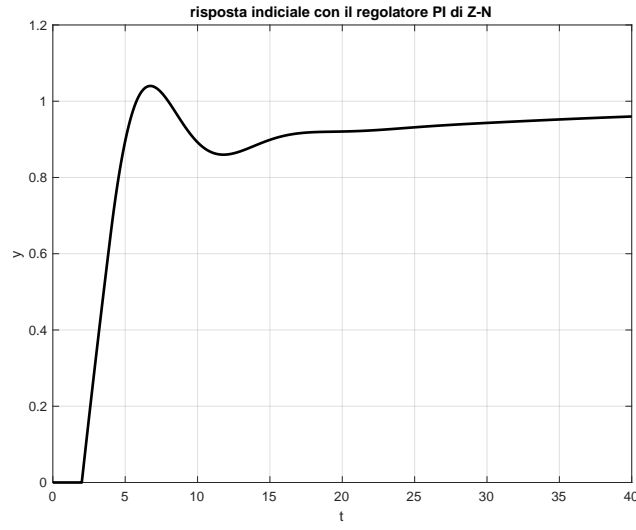


Figura 6: Risposta indiciale del sistema ad anello chiuso con il regolatore PI basato sul tuning di Ziegler-Nichols.

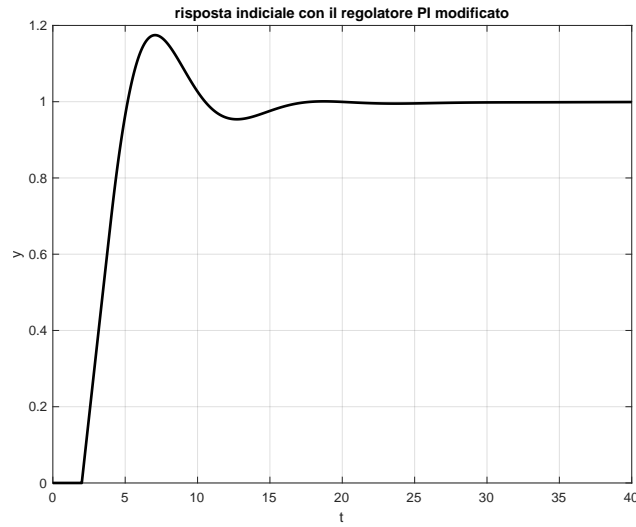


Figura 7: Risposta indiciale del sistema ad anello chiuso con il regolatore PI modificato.

con la risposta indiciale risultante ad anello chiuso mostrata in Fig. 7. A fronte di un moderato peggioramento dell'overshoot (ora di poco inferiore al 20%), la risposta è più pronta ($t_s = 3$ s) ma soprattutto il raggiungimento del valore desiderato a regime avviene dopo appena 20 s. Questo risultato si è ottenuto con un limitato sforzo maggiore di controllo, come mostrato in Fig. 8. Si noti che nei primi $\theta = 2$ secondi circa, l'azione integrale in entrambe le leggi fa crescere linearmente il comando mentre l'errore rimane costante a causa del ritardo finito di trasmissione.

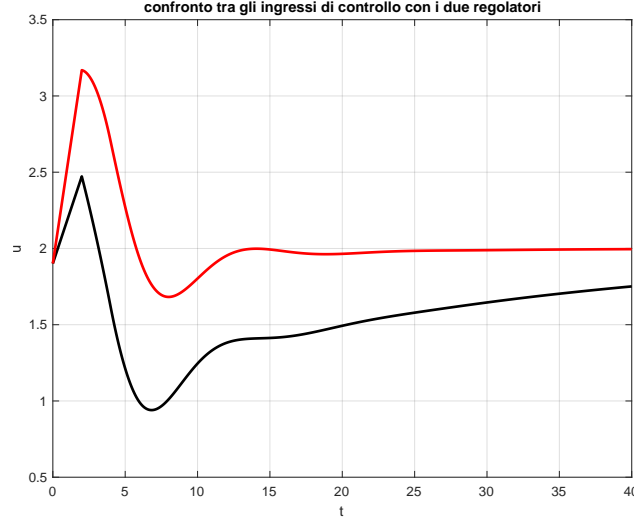


Figura 8: Confronto tra gli sforzi di controllo dei due regolatori PI secondo Ziegler-Nichols (in nero) e PI modificato (in rosso).

Un'implementazione digitale della legge di controllo PI con passo di campionamento T_c è data dalle

$$u_{i,k} = u_{i,k-1} + \frac{K_p T_c}{T_i} (y_d - y_k)$$

$$u_k = K_p (y_d - y_k) + u_{i,k}$$

per $k = 1, 2, \dots$, dove $u_{i,0} = 0$ (inizializzazione dell'azione integrale) e i guadagni sono ricalcolati in base al passo di campionamento come

$$K_p = \frac{0.9 \tau}{K \theta^D}, \quad T_i = 0.33 \theta^D, \quad \text{con } \theta^D = \theta + \frac{T_c}{2}.$$

Il campo di valori significativi per il passo di campionamento è $T_c \in \frac{1}{5 \div 10} \cdot \left[\frac{\pi}{5\omega_M}, \frac{\pi}{\omega_M} \right]$. Essendo la banda passante ad anello chiuso pari a circa $B_{-3\text{dB}} = \omega_M = 1$ rad/s (si è assunta la relazione approssimata $B_{-3\text{dB}} \cdot t_s \simeq 3$), una scelta bilanciata sarà quindi $T_c = 0.1$ s.

Esercizio 3

La rete di Fig. 2 è una rete di Petri PN ordinaria (con archi di peso unitario), del tipo a scelta libera asimmetrica (AFC = Asymmetric Free Choice). Infatti i posti p_3 , p_4 e p_5 hanno in comune la transizione t_4 , ma vale l'inclusione $O(p_5) = O(p_4) = \{t_4\} \subset \{t_3, t_4\} = O(p_3)$. La sua matrice di

incidenza (5×4) e la marcatura iniziale sono

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

E' facile verificare, ad esempio con Matlab, che il rango di \mathbf{C} è pari a 3 (la somma delle colonne è pari a $\mathbf{0}$!). Pertanto lo spazio nullo di \mathbf{C} ha dimensione 1 e quello di \mathbf{C}^T ha dimensione 2. Il calcolo dei P-invarianti (soluzioni non banali, intere e non negative di $\mathbf{C}^T \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0}$) fornisce i due vettori indipendenti

$$\boldsymbol{\gamma}_1^T = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0), \quad \boldsymbol{\gamma}_2^T = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1),$$

che sono canonici e a supporto minimo. Esistono quindi due insiemi di posti in cui il numero totale di token si conserva durante l'evoluzione della rete: $\|I_{\gamma_1}\| = \{p_1, p_2, p_3\}$ e $\|I_{\gamma_2}\| = \{p_2, p_5\}$. In entrambi i casi, il numero di token è pari a quello presente in tali insiemi nella marcatura iniziale: $\boldsymbol{\gamma}_1^T \mathbf{x}_0 = 2$ (ossia tutti i token di \mathbf{x}_0) e $\boldsymbol{\gamma}_2^T \mathbf{x}_0 = 1$. Non tutti i posti della rete sono ricoperti dagli insiemi di supporto dei due P-invarianti:

$$P - \{\|I_{\gamma_1}\| \cup \|I_{\gamma_2}\|\} = \{p_4\} \neq \emptyset.$$

Infatti il posto p_4 può accumulare un numero arbitrario di token con la sequenza ripetuta di scatti

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow S = \{t_1, t_3\}^k \rightarrow \mathbf{x}_{2k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ k \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \forall k \geq 0. \quad (2)$$

Pertanto la rete non è limitata. Il calcolo dei T-invarianti (soluzioni non banali, intere e non negative di $\mathbf{C}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$) fornisce l'unico vettore

$$\boldsymbol{\eta} = (1 \ 1 \ 1 \ 1)^T. \quad (3)$$

Come condizione necessaria di reversibilità, si ha quindi che tutte le transizioni debbano scattare un numero di volte (una o più) pari tra loro. Si noti che, nonostante la rete sia illimitata, anche dalla marcatura \mathbf{x}_{2k} in (2), con k arbitrariamente elevato, è possibili tornare in \mathbf{x}_0 con la sequenza di scatto $S' = \{t_2, t_4\}^k$. Ovviamente, nella sequenza complessiva $\{S, S'\}$ il numero di scatti di ogni transizione è uguale (e pari a k).

E' anche possibile verificare che non esiste una marcatura raggiungibile $\mathbf{x}_b \in R(PN)$ che sia bloccante per la rete. La rete è infatti viva e reversibile. Queste conclusioni si traggono formalmente analizzando l'albero di copertura¹ della rete PN , dal quale si può anche ottenere il seguente insieme di marcature raggiungibili da \mathbf{x}_0 :

$$R(PN) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ \omega \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ \omega \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ \omega \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \forall \omega \in N.$$

¹L'albero di raggiungibilità della rete risulta ovviamente illimitato. La costruzione dell'albero di copertura è lasciata invece al lettore come esercizio ausiliario.

Questa ulteriore analisi della rete per verificarne la vivezza e la reversibilità è però inessenziale. E' infatti comunque richiesta una modifica della rete con l'introduzione di un supervisore che imponga la proprietà di limitatezza. Nel progettare tale supervisore, andranno anche garantite (o meglio, essendo già presenti in PN , non alterate) le proprietà di reversibilità e vivezza della rete. Andrà inoltre evitata la creazione di situazioni di deadlock.

Una prima idea di progetto è basata sulla tecnica dei P-invarianti. Si può per esempio introdurre il vincolo elementare

$$x_4 \leq k, \quad \text{con } k \in N^+, \text{ finito}$$

in modo da evitare l'accumulo eccessivo di token nel posto p_4 . Si ha quindi

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} = x_4 \leq k, \quad \text{con un generico } k \geq 1, \quad (4)$$

da cui

$$C_1^m = -\mathbf{h}_1^T \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad x_0^m = k - \mathbf{h}_1^T \mathbf{x}_0 = k - 0 = k.$$

Per $k = 1$, la rete con il posto monitor p_m aggiunto è mostrata in Fig. 9. E' facile però verificare che la rete supervisionata arriva a un deadlock con la sequenza di scatto

$$\mathbf{x}_0^S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{pmatrix}^T \rightarrow \{t_1, t_2, \{t_3\}^2\} \rightarrow \mathbf{x}_b^S = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix}^T$$

Alla stessa marcatura bloccante \mathbf{x}_b^S si arriva anche scambiando t_1 e t_2 nella sequenza. Lo stesso accade, sebbene dopo un numero maggiore di transizioni, anche aumentando il numero k di token iniziali nel posto di monitor p_m .

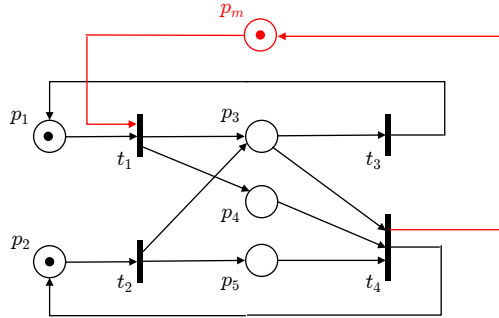


Figura 9: Il supervisore progettato secondo la disuguaglianza (4), con $k = 1$, impone limitatezza alla rete ma genera un deadlock.

Un secondo possibile tentativo cerca di limitare il numero totale di token nella rete, senza però vincolare il numero di token in un particolare posto. Scegliendo

$$\mathbf{h}_2^T \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 4 = k, \quad (5)$$

si ottiene

$$C_2^m = -\mathbf{h}_2^T \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad x_0^m = k - \mathbf{h}_2^T \mathbf{x}_0 = 4 - 2 = 2.$$

La rete risultante è mostrata in Fig. 10. Anche in questo caso, la rete supervisionata è soggetta a un deadlock, con la stessa sequenza di scatto e lo stesso risultato finale del caso precedente:

$$\mathbf{x}_0^S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & | & 2 \end{pmatrix}^T \rightarrow \{t_1, t_2, \{t_3\}^2\} \rightarrow \mathbf{x}_b^S = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & | & 0 \end{pmatrix}^T.$$

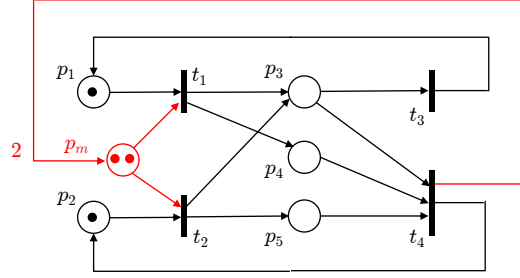


Figura 10: Il supervisore progettato secondo la disuguaglianza (5) presenta ancora un problema di deadlock.

Altri tentativi simili portano alla stessa conclusione. E' possibile allora che serva cambiare strategia, aumentando il numero di posti del supervisore ma senza introdurre deadlock. Di fatto, conviene abbandonare la tecnica dei P-invarianti come metodo di progetto: non è infatti semplice individuare un set di disuguaglianze lineari che elimini le marcature illimitate dal set raggiungibile senza rischiare una situazione di blocco.

L'intuizione può venire dalla struttura dell'unico T-invariante (3) esistente per la rete PN . Per tornare una prima volta alla marcatura iniziale, si richiede come minimo che tutte e quattro le transizioni scattino una e una sola volta. Se si sceglie un ordine di scatto ammissibile (con le risorse disponibili) delle quattro transizioni t_i , con $i = 1, 2, 3, 4$, e si forza questo ordine come unica evoluzione della rete mediante un opportuno supervisore, si ottiene il soddisfacimento contemporaneo di tutte e tre le specifiche richieste: la rete supervisionata sarà reversibile (si ritorna alla stessa marcatura iniziale), viva (perché nella sequenza sono coinvolte tutte le transizioni) e limitata (non ci sono più marcature con token illimitati nell'insieme di raggiungibilità). Scegliendo di eseguire le quattro transizioni nell'ordine lessicografico, si impone come unica sequenza di scatto realizzabile

$$\mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_1 \rightarrow \mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_2 \rightarrow \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_3 \rightarrow \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_4 \rightarrow \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

A tale scopo si fa riferimento alla struttura di supervisione di Fig. 11, con 4 *posti di controllo* p_{c1}, \dots, p_{c4} che svolgono le funzioni di semaforo sulle singole transizioni nell'ordine suddetto.

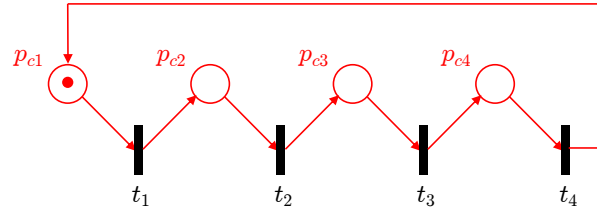


Figura 11: Supervisore con 4 posti di controllo. Il token nel posto p_{c1} inizializza l'unica sequenza ammissibile di scatto scelta.

La rete di Petri supervisionata PN^S mostrata in Fig. 12 ha come matrice di incidenza e marcatura iniziale

$$C^S = \begin{pmatrix} C \\ C^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_0^S = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_0^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

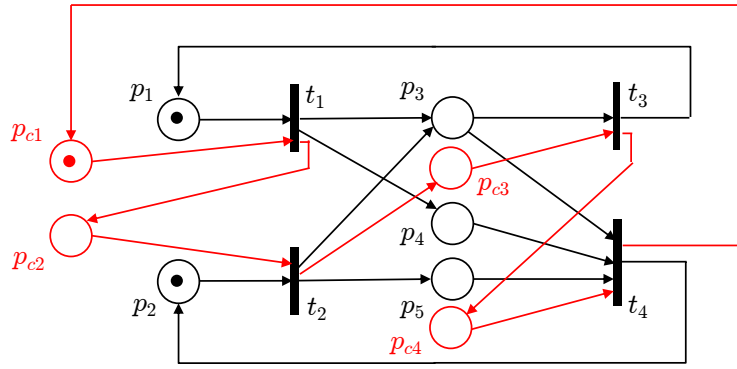


Figura 12: Rete di Petri finale che integra il supervisore con 4 posti di controllo progettato.

L'insieme delle marcature raggiungibili è

$$R(PN^S) = \left\{ \mathbf{x}_0^S, \mathbf{x}_1^S, \mathbf{x}_2^S, \mathbf{x}_3^S \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

e la rete supervisionata risulta viva, reversibile e limitata.

Si noti infine che alla struttura di supervisione sopra definita si poteva arrivare anche con un progetto basato sui P-invarianti. Le righe C_i^C della matrice di incidenza C^C del supervisore di controllo si ottengono con tale tecnica², imponendo infatti le seguenti quattro disuguaglianze (non tutte immediate!):

$$\begin{aligned} x_4 \leq 1 &\Rightarrow \mathbf{h}_1^T \mathbf{x} = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0) \mathbf{x} \leq 1 = k_1 \\ &\Rightarrow C_1^C = -\mathbf{h}_1^T C = (-1 \ 0 \ 0 \ 1), \quad x_{1,0}^C = k_1 - \mathbf{h}_1^T \mathbf{x}_0 = 1 - 0 = 1. \end{aligned}$$

²La definizione della disuguaglianza che porta alla costruzione di una riga della C^S non è unica. L'effettiva costruzione delle disuguaglianze è un'operazione si può definire di *reverse engineering* della soluzione già trovata.

$$\begin{aligned}
x_5 \leq x_4 &\Rightarrow \mathbf{h}_2^T \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} \leq 0 = k_2 \\
&\Rightarrow C_2^C = -\mathbf{h}_2^T \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad x_{2,0}^C = k_2 - \mathbf{h}_2^T \mathbf{x}_0 = 0 - 0 = 0. \\
x_1 + x_2 + x_4 \leq 2 &\Rightarrow \mathbf{h}_3^T \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} \leq 2 = k_3 \\
&\Rightarrow C_3^C = -\mathbf{h}_3^T \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad x_{3,0}^C = k_3 - \mathbf{h}_3^T \mathbf{x}_0 = 2 - 2 = 0. \\
x_2 + x_3 \leq x_4 + 1 &\Rightarrow \mathbf{h}_4^T \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} \leq 1 = k_4 \\
&\Rightarrow C_4^C = -\mathbf{h}_4^T \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad x_{4,0}^C = k_4 - \mathbf{h}_4^T \mathbf{x}_0 = 1 - 1 = 0.
\end{aligned}$$

Le quattro disuguaglianze sono soddisfatte dalla marcatura iniziale \mathbf{x}_0^S , e quindi anche da tutte le marcature raggiungibili in $R(PN^S)$.

Esercizio 4

Immaginiamo per semplicità che la struttura di un pacchetto sia composta come in Fig. 13.

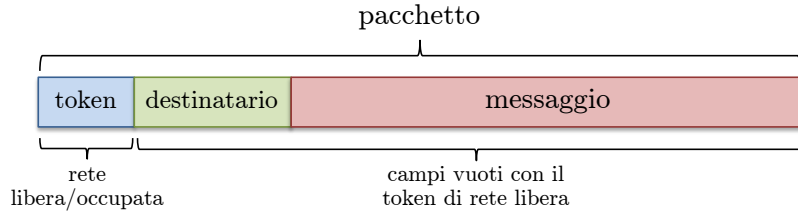


Figura 13: Struttura dei campi di un pacchetto che viaggia nella rete ad anello. I campi destinatario e messaggio sono vuoti se il token indica la disponibilità della rete alla trasmissione (rete libera).

Con riferimento alla Fig. 14, l'automa che rappresenta il funzionamento corretto di un generico dispositivo in rete ha quattro stati S_i , $i = 1, 2, 3, 4$, definiti come segue:

- S_1 = stato in ascolto della rete (il dispositivo non deve trasmettere)
- S_2 = stato in attesa di trasmissione (con il dispositivo che rimane comunque in ascolto)
- S_3 = stato in attesa della conferma di ricezione (dovrà ricevere lo stesso pacchetto inviato)
- S_4 = stato in attesa dopo il riconoscimento del primo errore di trasmissione

L'automa gestisce cinque eventi in ingresso, indicati con le lettere greche $\{\alpha, \beta, \dots, \varepsilon\}$, e tre eventi in uscita A_i , $i = 1, 2, 3$, che implicano azioni:

- α = arrivo del token di rete libera
- β = arrivo del token di rete occupata, con messaggio per altro dispositivo (inviato da un terzo)
- γ = arrivo del token di rete occupata, con un messaggio per il dispositivo
- δ = arrivo del token di rete occupata, con l'intero pacchetto uguale a quello inviato dal dispositivo
- ε = generazione di un messaggio (con destinatario) da trasmettere (evento interno al dispositivo)
- A_1 = set del token su rete occupata e invio del pacchetto (con messaggio e destinatario)
- A_2 = reset del token su rete libera (il resto del pacchetto ritorna vuoto)
- A_3 = lettura del messaggio ricevuto come destinatario (azione interna al dispositivo)
- A_4 = generazione messaggio di errore di trasmissione dopo 2 tentativi (internamente al dispositivo)

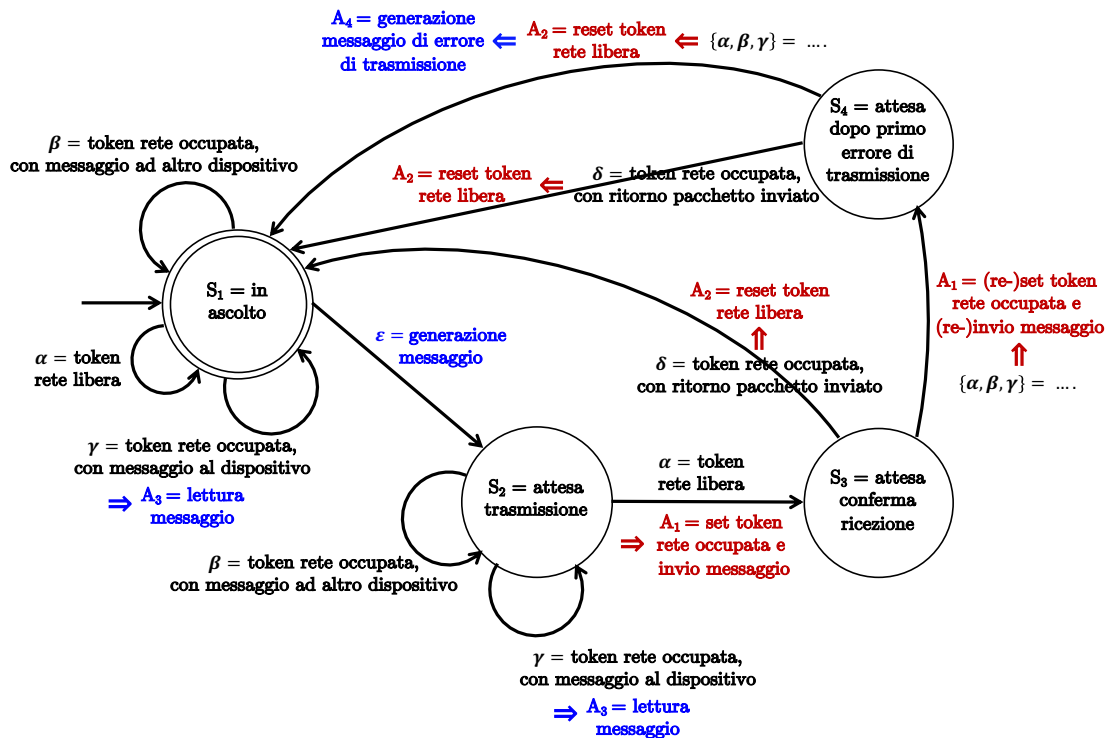


Figura 14: Automa di un dispositivo in una rete ad anello con protocollo tipo Token Ring.

L'automa a stati finiti di Fig. 14 è una macchina di Mealy (con eventi in uscita, ove presenti, posti sugli archi di transizione tra stati). Gli eventi in ingresso o in uscita all'automa che riguardano internamente il solo dispositivo (e non la rete) sono riportati in **blu**. Gli eventi in uscita che manipolano il contenuto del pacchetto in transito sono indicati in **rosso scuro**. Si noti che non tutti gli eventi in ingresso sono previsti (ammissibili) in tutti gli stati —in realtà è tale il solo evento γ .

Il protocollo Token Ring è decentralizzato in quanto il comportamento di trasmissione/ricezione dei dispositivi connessi in rete dipende solo da informazioni locali e non da un gestore centralizzato. La comunicazione può eventualmente verificare dei vincoli real time perché l'accesso al mezzo trasmissivo è regolato in modo periodico. Anche in assenza di un meccanismo di priorità, si può conoscere il tempo massimo (nel caso peggiore quando tutti i dispositivi vogliono trasmettere) tra due successivi accessi di uno stesso dispositivo, come pure il tempo di ciclo impiegato dal pacchetto in rete per ricevere l'acknowledgement.

* * * * *