

Automazione

15 febbraio 2021

Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione finalizzato al controllo di uno smart building in cui è necessario schedulare il controllo dei sottosistemi e gestire l'algoritmo di controllo di ciascun sottosistema. In particolare, si ipotizzi di dover schedulare il controllo periodico dei seguenti tre sottosistemi:

- ogni 5 t.u. controllo del sottosistema dei carichi elettrici, che impiega 2 t.u.;
- ogni 15 t.u. controllo del sottosistema di riscaldamento, che impiega 4 t.u.;
- ogni 9 t.u. controllo del sottosistema di antifurto, che impiega 3 t.u..

Si ipotizzi che i task periodici siano indipendenti tra loro. I task devono essere gestiti con una modalità di scheduling hard real time. In riferimento al controllo dei carichi elettrici, si ipotizzi di avere il sistema elettrico in Fig. 1, composto dagli attuatori e dai sensori riportati in Tab. 1.

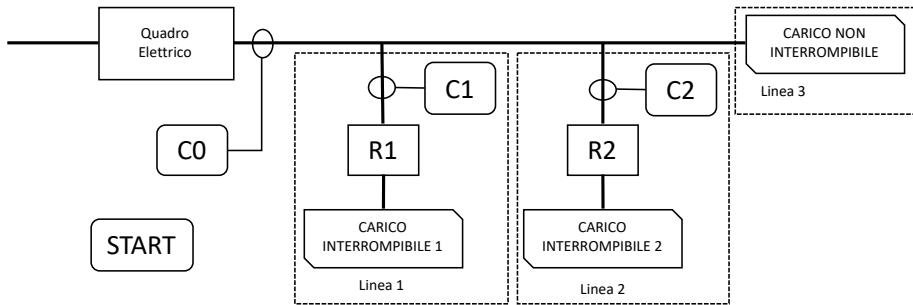


Figura 1: Schema del sistema elettrico.

Tipo	ID	Descrizione
S	START	quando = 1, si avvia il controllo
S	Cx	consumo di potenza in x espresso in W ($x \in \{0, 1, 2\}$)
A	Ry	$Ry = 1$, relè chiuso che alimenta il carico a valle; $Ry = 0$, relè aperto che disalimenta il carico ($y \in \{1, 2\}$)

Tabella 1: Sensori (= S) e attuatori (= A) del sistema elettrico di Fig. 1.

Il sistema elettrico è costituito da tre linee: le prime due sono interrottabili tramite i relè R1 e R2, la terza non è interrottabile. Il sensore C0 misura la potenza assorbita dall'intero circuito (ovvero da tutti i carichi alimentati), mentre i sensori C1 e C2 misurano la potenza assorbita dalle relative linee. Inoltre:

- quando viene rilevata la condizione START=1, tutti i relè siano posti a 1 così che i sensori possano misurare il carico a valle;
- si operi un distacco selettivo dei carichi interrottabili nel caso in cui la potenza complessiva superi i 3000 W, massimizzando, quando possibile, il carico complessivo rimasto alimentato;
- si ipotizzi che il carico non interrottabile, per sua natura, non superi mai i 3000 W;
- si considerino istantanei i tempi di misura dei sensori e i tempi di commutazione dei relè;
- se non diversamente indicato, tutti gli attuatori hanno valore di default impostato a 0.

Si richiede quindi di:

1. verificare se sussiste la condizione necessaria di schedulabilità del problema;
2. verificare le condizioni sufficienti di schedulabilità del problema, utilizzando l'algoritmo RMPO;
3. eseguire lo scheduling RMPO;
4. nel caso in cui RMPO non sia in grado di schedulare i task in maniera hard real time, eseguire lo scheduling utilizzando l'algoritmo EDF;
5. progettare un diagramma SFC che sottende al controllo dei carichi elettrici secondo specifica.

Esercizio 2

Una cella di lavorazione dispone di due macchine, M_1 e M_2 . In ingresso alla cella sono presenti due gruppi di pezzi grezzi, G_I e G_{II} , ognuno dei quali deve subire prima una lavorazione sulla macchina M_1 e poi una sulla macchina M_2 . Le durate (in minuti) delle lavorazioni dei pezzi sulle due macchine sono riportati nella doppia tabella 2, una per ogni gruppo di pezzi.

Pezzi in G_I	a	b	c	d	e	Pezzi in G_{II}	f	g	h	i
M_1	6	7	2	5	8	M_1	1	5	8	6
M_2	3	5	3	7	2	M_2	2	10	1	7

Tabella 2: Tempi di lavorazione T_{ij} sulle due macchine ($i = 1, 2$) per i pezzi del primo gruppo (a sinistra) e del secondo gruppo (a destra).

La macchina M_1 deve aver finito di lavorare tutti i pezzi del gruppo G_I prima di poter iniziare con quelli del gruppo G_{II} , senza ulteriore attesa. Sotto questo vincolo, procedere a uno scheduling delle lavorazioni dei pezzi sulle due macchine in modo da minimizzare il tempo totale T di completamento (*makespan*) di tutti i pezzi dei due gruppi. Quale sarebbe lo scheduling ottimo senza il vincolo sui gruppi di pezzi e il relativo valore ottimo T_{noG} ? Tracciare il diagramma di Gantt nei due casi. Nel caso di sequenziamento con i due gruppi, determinare quale pezzo potrebbe subire il massimo allungamento Δ della durata di una sua lavorazione, e su quale macchina, senza modificare il makespan ottimo già trovato.

Esercizio 3

Un semplice lettore di DVD con caricamento a slitta del disco dispone di:

- i) cinque pulsanti utente: POWER per l'accensione/spegnimento (toggle) del dispositivo, TRAY per lo scorrimento in apertura/chiusura (toggle) della slitta, PLAY per la lettura del disco in rotazione, PAUSE per mettere in pausa la lettura (con disco in rotazione), STOP per fermare la rotazione (e quindi anche la lettura) del disco;
- ii) un sensore S che rileva la presenza o meno del disco sulla slitta del lettore;
- iii) due motori indipendenti, MS per l'apertura/chiusura (OPEN/CLOSE) della slitta (senza necessità di sensori di fine corsa) e MR per l'avvio/arresto (RUN/HALT) della rotazione del disco (l'avvio include anche che la testina possa iniziare a leggere);
- iv) due led L1 e L2 che si accendono (e spengono) per indicare all'utente che il lettore DVD è acceso o meno e, rispettivamente, che è in pausa di riproduzione o meno.

Modellare mediante un automa di Mealy, con eventi in ingresso e in uscita, un sistema di supervisione del dispositivo che ne garantisca il corretto funzionamento operativo. Dove necessario, si escludano gli eventi che non sono compatibili con specifici stati del dispositivo.

Esercizio 4

La rete di Petri in Fig. 2 rappresenta un sistema manifatturiero flessibile con due ricette di produzione le cui sequenze di operazioni richiedono l'uso di due risorse condivise¹.

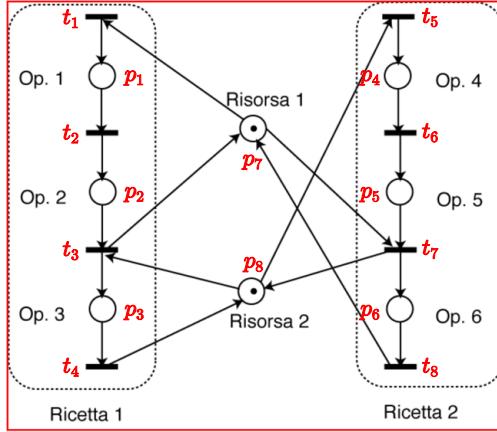


Figura 2: Un FMS con due ricette di lavorazione che usano due risorse condivise.

A partire dalla marcatura iniziale $x_0 = (000\ 000\ 11)$, la rete evolve comunque verso una situazione di deadlock. Determinare tutte le sequenze ammissibili di scatto che portano a una situazione di deadlock in un numero minimo di passi. Progettare un supervisore con la tecnica dei P-invarianti che abbia un numero di posti minimo, sia tale da rendere la rete viva e permetta l'esecuzione di ciascuna ricetta un numero di volte uguale in media statistica.

[180 minuti; libri aperti]

¹Questa rete è stata anche oggetto del compito di Automazione del 18 gennaio 2021.

Soluzione

15 febbraio 2021

Esercizio 1

1. Per verificare la condizione necessaria, si calcola il fattore di utilizzazione dei task periodici hard real time:

$$U = \frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{3}{9} = \frac{18 + 12 + 15}{45} = \frac{45}{45} = 1.$$

Pertanto, la condizione necessaria è verificata.

2. Controlliamo se esiste almeno una condizione sufficiente:

$$U_{lsm}(\text{RMPO}) = n \left(2^{1/n} - 1 \right) = 3 \left(2^{1/3} - 1 \right) \simeq 0.78.$$

Dato che $U > U_{lsm}$ questa condizione sufficiente non è verificata. Inoltre, i tre task non sono legati tra loro da relazioni armoniche. Non possiamo quindi dire a priori se RMPO sia in grado di schedulare i task.

3. La soluzione dello scheduling RMPO è riportata in Fig. 3. Da questa si evince che RMPO non è in grado di schedulare in maniera hard real time i task periodici come richiesto.

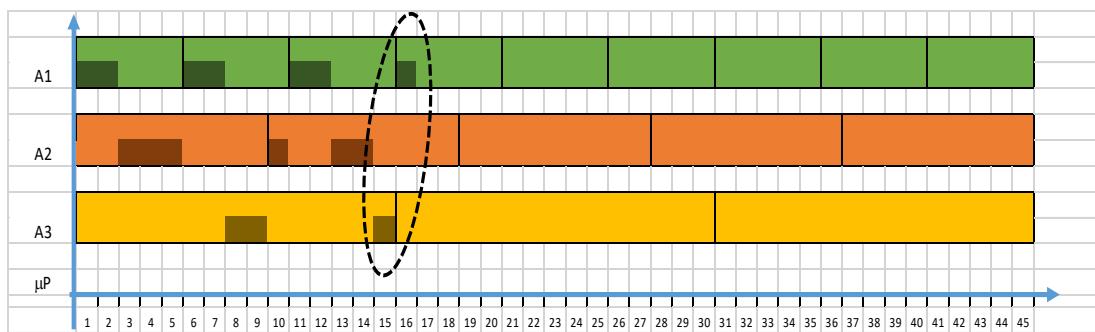


Figura 3: Scheduling RMPO.

4. La soluzione dello scheduling EDF è riportata in Fig. 4.

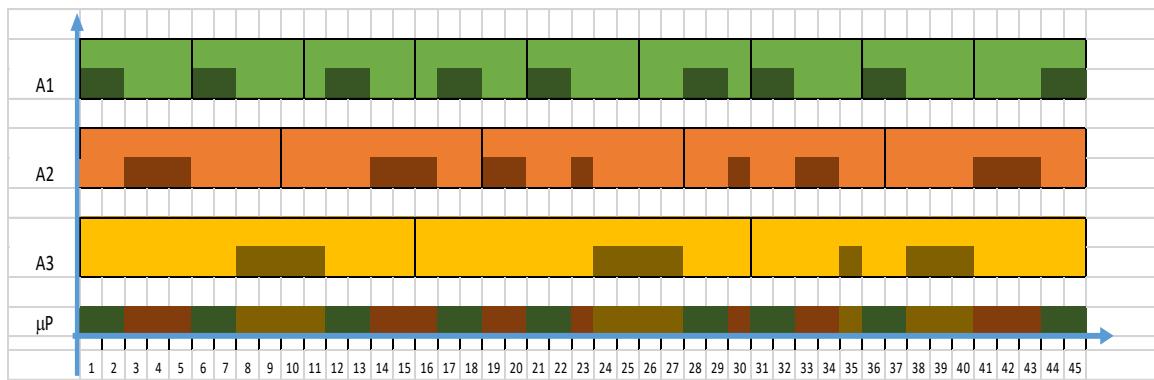


Figura 4: Scheduling EDF.

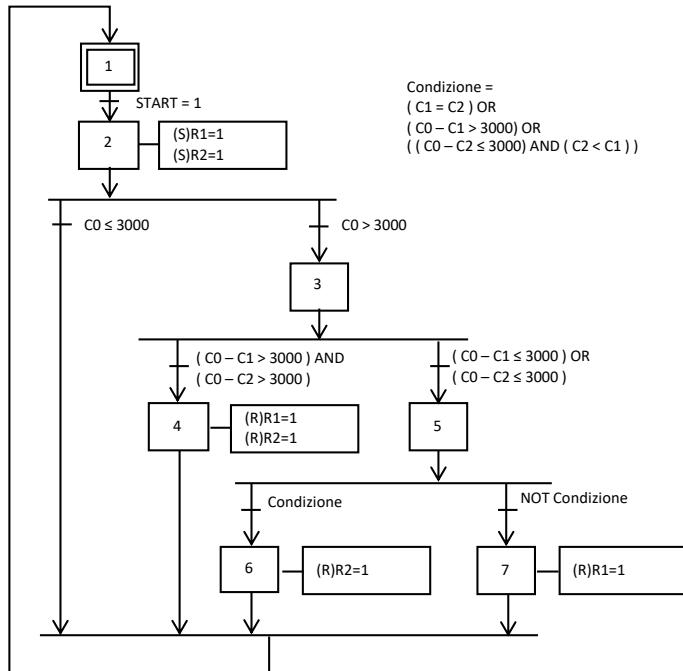


Figura 5: Diagramma SFC.

5. Una possibile soluzione al problema dato è data dal diagramma SFC in Fig. 5. Il diagramma SFC può essere così interpretato:

- nello stato iniziale 1, il diagramma attende che il comando di START diventi pari ad 1;
- quando viene rilevato il comando di START, il sistema passa allo stato 2 e i due relè che pilotano le linee interrompibili vengono chiusi (con qualificatore SET) per poter misurare il consumo energetico delle due linee;
- se il consumo complessivo (misurato dal sensore C0) non supera i 3000 W, il sistema può tornare allo stato iniziale;
- altrimenti il sistema passa allo stato 3 e, dato che il consumo complessivo supera i 3000 W, è necessario scegliere quali carichi interrompere;
- interrompendo uno qualsiasi dei due carichi, se il consumo complessivo continua a superare i 3000 W, allora il sistema passa allo stato 4 e interrompe (con qualificatore RESET) entrambi i relè, lasciando attivo solo il carico non interrompibile della linea 3 (per ipotesi, il carico non interrompibile non supera mai i 3000 W);
- altrimenti, il sistema passa allo stato 5, esistendo la possibilità di interrompere un solo relè per non superare i 3000 W complessivi;
- nello stato 5, è necessario decidere quale delle due linee interrompere; per massimizzare il carico elettrico e senza perdita di generalità, si può interrompere la linea 2 se:
 - i carichi delle due linee sono uguali (dando quindi priorità alla linea 1), oppure
 - se interrompendo la linea 1 si supera ancora il limite di 3000 W ($C_0 - C_1 > 3000$), oppure
 - se interrompendo una qualsiasi delle due linee non si supera il limite di 3000 W e $C_2 < C_1$;
- se almeno una delle suddette condizioni è verificata, si passa allo stato 6 (in cui viene effettuato il reset sul relè della linea 2, togliendo l'alimentazione); altrimenti si passa allo stato 7 (in cui viene effettuato il reset sul relè della linea 1, togliendo l'alimentazione).

Esercizio 2

Per la soluzione del problema con i pezzi da lavorare divisi in due gruppi in sequenza si può ancora applicare il teorema di Johnson. Il sequenziamento ottimo dei pezzi in G_I è ovviamente dato dal teorema di Johnson. Il fatto che la prima macchina cominci a lavorare i pezzi del gruppo G_{II} prima che la seconda macchina abbia terminato le lavorazioni sui pezzi del gruppo G_I non cambia la sequenza ottima dei pezzi del secondo gruppo. Supponiamo infatti che la lavorazione dei pezzi in G_{II} inizi sulla prima macchina solo quando anche la seconda macchina abbia terminato i pezzi del primo gruppo. Il secondo problema è quindi disaccoppiato dal primo e il sequenziamento ottimo che minimizza il makespan dei pezzi in G_{II} è dato ancora dal teorema di Johnson. Se la prima macchina comincia a lavorare il primo dei pezzi della sequenza ottima in G_{II} in anticipo, gli istanti di tempo in cui i vari pezzi potranno passare alla lavorazione sulla seconda macchina non possono che essere anticipati (o rimanere invariati). Mentre i tempi morti sulla prima macchina sono comunque assenti, quelli sulla seconda potrebbero essere ridotti. Quindi la sequenza ottima nel problema in questione rimane invariata rispetto al caso disaccoppiato. Ovviamente il tempo totale di completamento sarà in generale diverso.

Se invece non si pongono vincoli di lavorazione sequenziale tra i due gruppi di pezzi, ma tutti e nove i pezzi possono essere ordinati insieme, il sequenziamento ottimo sarà in generale diverso da quello per gruppi e il makespan tipicamente ridotto (o comunque mai superiore al caso della divisione in gruppi). Le due soluzioni sono illustrate in Fig. 6.

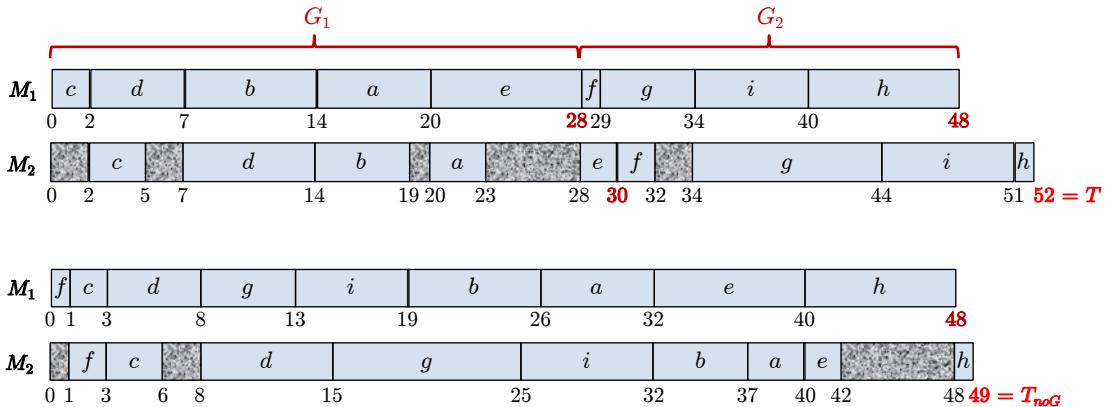


Figura 6: Diagramma di Gantt con il sequenziamento delle lavorazioni risultante dall'applicazione del teorema di Johnson ai pezzi organizzati in due gruppi (sopra) e senza vincoli di gruppo (sotto).

Nel caso di due gruppi, i pezzi del gruppo G_I sono divisi nei due insiemi

$$\text{set}_1 = \{c, d\}, \quad \text{set}_2 = \{a, b, e\}$$

e il sequenziamento ottimo dato dal teorema di Johnson è

$$S_{G_I}^* = \{c, d, b, a, e\}.$$

Analogamente, per i pezzi del gruppo G_{II} si ha

$$\text{set}_1 = \{f, g, i\}, \quad \text{set}_2 = \{h\} \quad \Rightarrow \quad S_{G_{II}}^* = \{f, g, i, h\}.$$

Il sequenziamento ottimo complessivo è quindi

$$S_G^* = \{S_{G_I}^*, S_{G_{II}}^*\} = \{c, d, b, a, e, f, g, i, h\}.$$

La prima macchina lavora senza tempi morti ($T_{idle,1} = 0$) per un totale di $T_1 = \sum_j T_{1j} = 48$ minuti. Il makespan complessivo è invece $T = 52$ minuti, ossia pari al tempo di completamento dell'ultimo pezzo del secondo gruppo da parte della seconda macchina. La seconda macchina ha un carico di lavorazioni per $T_2 = \sum_j T_{2j} = 40$ minuti. Quindi la somma dei suoi tempi morti nella soluzione è $T_{idle,2} = T - T_2 = 12$ minuti.

Nel caso in cui tutti i pezzi sono considerati in un gruppo unico, si ha invece

$$\text{set}_1 = \{c, d, f, g, i\}, \quad \text{set}_2 = \{a, b, e, h\} \quad \Rightarrow \quad S_{noG}^* = \{f, c, d, g, i, b, a, e, h\},$$

con un makespan di $T_{noG} = 49$ minuti, tre minuti più breve del caso di divisione in gruppi. Il tempo morto della seconda macchina è ridotto della stessa quantità.

Infine, dall'analisi del diagramma di Gantt in Fig. 6 relativo alla soluzione per gruppi con makespan di $T = 52$ minuti si possono fare le seguenti considerazioni, tenendo conto dello sbilanciamento tra tempi di completamento sulla macchina M_1 e sulla macchina M_2 , dei tempi morti sulla macchina M_2 , nonché dei tempi di ritardo nell'avvio delle singole lavorazioni sulla seconda macchina:

- l'allungamento del tempo di lavorazione di un pezzo sulla macchina M_1 non può in ogni caso essere maggiore di $T - T_1 = 4$ minuti;
- l'allungamento del tempo di lavorazione di un qualsiasi pezzo del gruppo G_I sulla macchina M_1 non può comunque essere maggiore di 2 minuti, ossia pari al totale dei tempi morti della macchina M_2 nella lavorazione dei soli pezzi del gruppo G_{II} ;
- i due tempi di lavorazione dei pezzi f e g (i primi due del gruppo G_{II}) sulla macchina M_1 non possono aumentare, perché nella soluzione ottima non c'è nessun ritardo nell'avvio della lavorazione del secondo pezzo sulla macchina M_2 e non ci sono tempi morti successivi residui da poter utilizzare;
- il tempo di lavorazione del pezzo i o del pezzo h sulla macchina M_1 può aumentare al massimo di 3 minuti;
- l'allungamento del tempo di lavorazione di un pezzo sulla macchina M_2 può utilizzare solo i tempi morti disponibili ed è quindi certamente limitato superiormente da $T_{idle,2} = 12$ minuti²;
- per il calcolo effettivo degli allungamenti sulla macchina M_2 , si procede a ritroso valutando i tempi morti residui a valle delle singole lavorazioni;
- di conseguenza, per i pezzi g, i, h non ci sono tempi morti successivi (e quindi possibili allungamenti); per i pezzi e, f ci sono 2 minuti di tempo morto successivo; per a ci sono $5 + 2 = 7$ minuti di tempi morti successivi; per i pezzi d e b ci sono $1 + 5 + 2 = 8$ minuti; infine, per c ci sono $2 + 1 + 5 + 2 = 10$ minuti.

In conclusione, il massimo allungamento del singolo tempo di lavorazione che non modifica il makespan già ottenuto è quello del pezzo c sulla macchina M_2 , pari a $\Delta = 10$ minuti.

Le stesse considerazioni si possono ripetere per il sequenziamento senza suddivisione dei pezzi in due gruppi. E' semplice verificare che in tal caso il massimo allungamento è quello della lavorazione del pezzo f (o del pezzo c) sulla macchina M_2 , pari a $\Delta_{noG} = 8$ minuti.

²Il tempo morto iniziale (2 minuti) non è mai utilizzabile perché occorre attendere comunque che il primo pezzo (qui, c) sia stato lavorato dalla macchina M_1 .

Esercizio 3

La Fig. 7 rappresenta un possibile supervisore del lettore DVD, modellato mediante un'automa di Mealy con eventi in ingresso e in uscita. Le etichette sulle transizioni usano la notazione (con una barra di separazione) eventi in ingresso/eventi in uscita. Gli eventi in ingresso sono comandi di utente o informazioni dal sensore di presenza del disco; gli eventi in uscita sono comandi di azionamento dei due motori o di gestione dei due led.

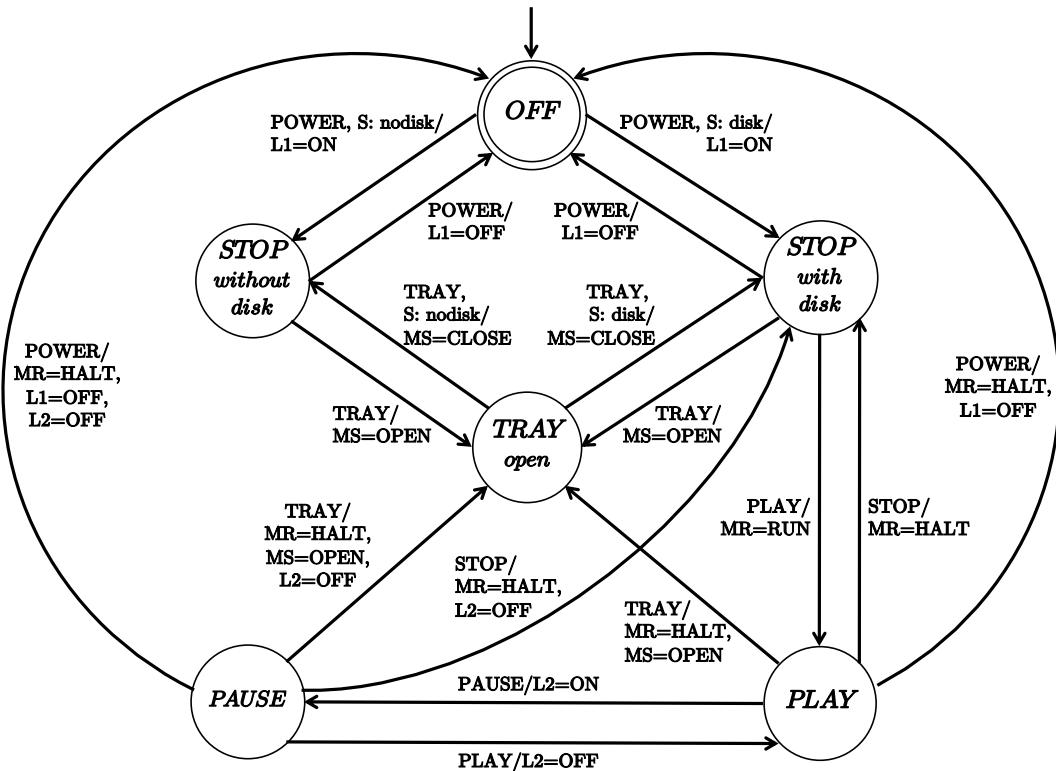


Figura 7: Automa del supervisore di un lettore DVD.

L'automa del supervisore contiene 6 stati:

- OFF = dispositivo spento (con slitta chiusa, motori e led spenti);
- STOP *without disk* = dispositivo acceso e in stop, con sensore che ha rilevato l'assenza del disco;
- STOP *with disk* = dispositivo acceso e in stop, con sensore che ha rilevato la presenza del disco;
- TRAY *open* = slitta in posizione aperta (per poter caricare o togliere manualmente il disco);
- PLAY = disco in riproduzione, con motore di rotazione attivo;
- PAUSE = disco in rotazione, con motore di rotazione in funzione ma in pausa di riproduzione.

La lista degli eventi in ingresso al supervisore è la seguente:

- POWER: quando viene premuto il pulsante, il dispositivo passa da spento ad acceso o viceversa (toggle);
- TRAY: quando viene premuto il pulsante, il dispositivo apre la slitta (se chiusa) o la chiude (se aperta);

- PLAY: è il pulsante di comando utente per attivare la riproduzione del contenuto del DVD;
- PAUSE: è il pulsante di comando utente per mettere in pausa la lettura del disco (con motore di rotazione attivo);
- STOP: è il pulsante di comando utente per arrestare il disco;
- Sensore S: se interrogato, indica al supervisore la presenza (disk) o meno (nodisk) di un disco.

La lista degli eventi in uscita dal supervisore è la seguente:

- MR: azionamento (MR=RUN) o arresto (MR=HALT) del motore di rotazione del disco;
- MS: azionamento del motore della slitta per la sua apertura (MS=OPEN) o chiusura (MS=CLOSE);
- L1: accensione (L1=ON) o spegnimento (L1=OFF) del led che segnala che il dispositivo è acceso;
- L2: accensione (L2=ON) o spegnimento (L2=OFF) del led che segnala la pausa in riproduzione.

Sono da notare in particolare le seguenti scelte di progetto:

- nello stato OFF, il supervisore non distingue la presenza o meno di un disco nella slitta;
- il sensore di presenza del disco viene interrogato (e produce quindi un evento di ingresso al supervisore) solo nella transizione di accensione del dispositivo e in quella di chiusura della slitta;
- in assenza del disco, i comandi di utente PLAY, PAUSE e STOP non hanno effetto;
- nello stato TRAY *open*, i comandi di utente PLAY, PAUSE e STOP non hanno effetto;
- negli stati PLAY, PAUSE e STOP (con o senza disco), la reiterazione dei relativi comandi di utente non ha alcun effetto;
- in caso di transizioni che richiedono l'azionamento di entrambi i motori, viene eseguito prima il comando sul motore di rotazione;
- il comando di POWER spegne comunque il dispositivo (se acceso), tranne quando la slitta è in posizione aperta (ossia nello stato TRAY *open*);
- il comando TRAY viene accettato anche negli stati di PAUSE e PLAY (nei quali la slitta è evidentemente chiusa), portando quindi all'apertura della slitta³.

Esercizio 4

La rete di Fig. 2 è una rete di Petri ordinaria con archi di peso unitario e matrice di incidenza quadrata (8×8) data da

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

³E' naturale che un utente possa voler aprire la slitta nello stato di pausa (ad esempio di un ascolto musicale). L'accettazione del comando TRAY nello stato PLAY è invece una scelta di progetto che potrebbe essere esclusa.

E' facile verificare che, a partire dalla marcatura iniziale \mathbf{x}_0 assegnata, esiste almeno una sequenza di scatti ammissibile che porta, in un numero minimo di passi pari a 4, a una marcatura bloccante \mathbf{x}^* ; ad esempio, con la sequenza

$$S_1: \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_5 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_6 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{x}^*.$$

Tutte le altre sequenze di lunghezza minima e bloccanti sono

$$S_2: \mathbf{x}_0 \rightarrow t_1 \rightarrow t_5 \rightarrow t_6 \rightarrow t_2 \rightarrow \mathbf{x}^*$$

$$S_3: \mathbf{x}_0 \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_5 \rightarrow t_6 \rightarrow \mathbf{x}^*$$

$$S_4: \mathbf{x}_0 \rightarrow t_5 \rightarrow t_1 \rightarrow t_6 \rightarrow t_2 \rightarrow \mathbf{x}^*$$

$$S_5: \mathbf{x}_0 \rightarrow t_5 \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow t_6 \rightarrow \mathbf{x}^*$$

$$S_6: \mathbf{x}_0 \rightarrow t_5 \rightarrow t_6 \rightarrow t_1 \rightarrow t_2 \rightarrow \mathbf{x}^*.$$

Esse conducono tutte alla stessa marcatura bloccante (che è peraltro l'unica marcatura bloccante tra tutte quelle raggiungibili della rete). Poiché in questa marcatura i due token sono presenti contemporaneamente nei posti p_2 e p_5 , è possibile provare a escludere questo stato imponendo il seguente vincolo lineare sulle marcature raggiungibili:

$$x_2 + x_5 \leq 1 \iff \mathbf{h}^T \mathbf{x} = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \mathbf{x} \leq 1 = k, \quad \forall \mathbf{x} \in R(PN).$$

Applicando allora la tecnica di progetto basata sui P-invarianti, si calcolano

$$C_m = -\mathbf{h}^T \mathbf{C} = (0 \ -1 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 1 \ 0), \quad x_{m0} = k - \mathbf{h}^T \mathbf{x}_0 = 1 - 0 = 1.$$

La matrice di incidenza e la marcatura iniziale del sistema controllato sono ora:

$$\mathbf{C}' = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ C_m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}'_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ x_{m0} \end{pmatrix}.$$

Come da Fig. 8, il supervisore associato (parti in blu) ha un solo posto con una marca iniziale e quattro archi aggiunti, in ingresso alle transizioni t_2 e t_6 e in uscita dalle transizioni t_3 e t_7 . E' però abbastanza immediato rendersi conto che, mentre la precedente marcatura bloccante \mathbf{x}^* non è più tra quelle raggiungibili dalla rete supervisionata, il deadlock si presenta in una nuova marcatura (estesa, su 9 posti incluso quello monitor il cui token è in blu). Ad esempio, la sequenza ammissibile di scatti

$$S': \mathbf{x}'_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ \textcolor{blue}{1} \end{pmatrix} \rightarrow t_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \textcolor{blue}{1} \end{pmatrix} \rightarrow t_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \textcolor{blue}{0} \end{pmatrix} \rightarrow t_5 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \textcolor{blue}{0} \end{pmatrix} = \mathbf{x}'^*$$

porta ad un nuovo stato di blocco in cui i token sono in p_2 e p_4 , non più sufficienti ad abilitare alcuna transizione (una situazione speculare si avrebbe sul ramo di destra con la sequenza $\mathbf{x}'_0 \rightarrow t_5 \rightarrow t_6 \rightarrow t_1 \rightarrow \mathbf{x}''^*$, con i due token in p_1 e p_5 e la rete in blocco).

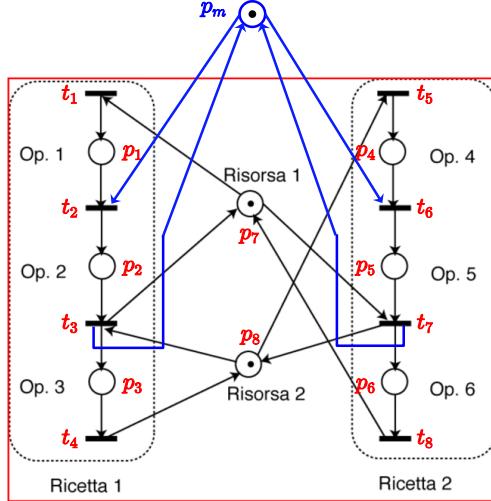


Figura 8: Il posto monitor associato da progetto al vincolo $x_2 + x_5 \leq 1$ non risolve il deadlock.

Si può allora ragionare su quale sia la vera ragione del blocco nella rete originaria. In effetti, il blocco è legato alla cattiva gestione delle risorse comuni utilizzate dalle due ricette. Dovremmo garantire che, in ogni stato raggiungibile della rete, ci sia sempre almeno una delle risorse a disposizione nei posti p_7 e p_8 . Il vincolo diventa allora

$$x_7 + x_8 \geq 1 \quad (1)$$

e risulta soddisfatto dalla marcatura iniziale \mathbf{x}_0 . Il problema di progetto si riscrive quindi in forma standard come

$$-x_7 - x_8 \leq -1 \iff \mathbf{h}^T \mathbf{x} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ -1) \mathbf{x} \leq -1 = k, \quad \forall \mathbf{x} \in R(PN).$$

Applicando di nuovo la tecnica di progetto basata sui P-invarianti, si calcolano

$$C_m = -\mathbf{h}^T \mathbf{C} = (-1 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1), \quad x_{m0} = k - \mathbf{h}^T \mathbf{x}_0 = -1 - (-2) = 1.$$

La Fig. 9 mostra il nuovo supervisore associato (parti in blu), avente ancora un solo posto monitor con una marca iniziale e quattro archi aggiunti, ma che sono ora in ingresso alle transizioni t_1 e t_5 e in uscita dalle transizioni t_4 e t_8 . Nello stato iniziale, sono abilitate le transizioni t_1 e t_5 . Utilizzando la regola di scatto casuale per transizioni concorrenti, ne scatterà una sola, mettiamo sia ad esempio la t_1 . L'evoluzione della rete è allora unica:

$$\mathbf{x}'_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_3 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{x}'_0.$$

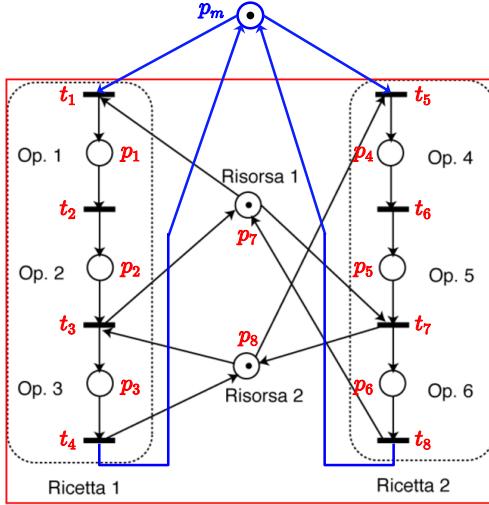


Figura 9: Supervisore con un posto monitor e token iniziale che rende la rete viva. Ad ogni ciclo reversibile, viene eseguita una delle due ricette in maniera casuale.

Questa sequenza di scatti riporta quindi nella marcatura iniziale. La stessa cosa succederebbe, per simmetria, se scattasse inizialmente la transizione t_5 , con l'unica sequenza di scatto abilitata $\mathbf{x}'_0 \rightarrow t_5 \rightarrow t_6 \rightarrow t_7 \rightarrow t_8 \rightarrow \mathbf{x}'_0$. La rete è quindi reversibile (ed evidentemente anche viva). Poiché la logica di scatto delle transizioni che sono simultaneamente abilitate è quella causale, nel lungo periodo l'esecuzione delle due ricette si ripeterà in media un numero identico di volte.

Si noti inoltre che il supervisore ottenuto imponendo la disuguaglianza (1) sulle marcature raggiungibili è lo stesso che si avrebbe imponendo il vincolo (in un certo senso, complementare)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 1. \quad (2)$$

Infatti, dalla (2) si ha

$$\mathbf{h}'^T \mathbf{x} = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0) \mathbf{x} \leq 1 = k', \quad \forall \mathbf{x} \in R(PN),$$

da cui

$$C'_m = -\mathbf{h}'^T \mathbf{C} = (-1 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1) = C_m, \quad x'_{m0} = k' - \mathbf{h}'^T \mathbf{x}_0 = 1 - 0 = 1 = x_{m0},$$

ottenendo quindi la stessa struttura con un posto monitor e relativi archi aggiunti⁴ della Fig. 9.

Per alternare l'esecuzione delle due ricette in modo deterministico si deve utilizzare un supervisore con due posti monitor (vedi Esercizio #3 del compito di gennaio 2021), quindi di dimensione superiore.

* * * * *

⁴Un diverso supervisore, sempre con un unico posto, in grado di evitare deadlock e rendere la rete reversibile e viva, si potrebbe ottenere eliminando la presenza dei posti p_3 e p_6 dal vincolo (2). In tal caso però, l'analisi dell'evoluzione della rete supervisionata diviene leggermente più complessa.