

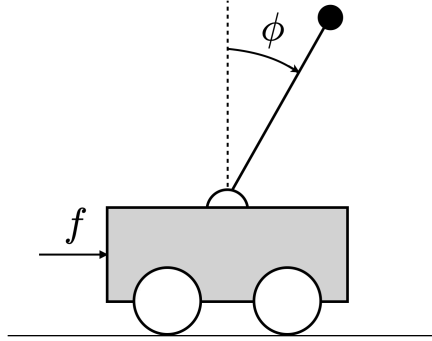
SISTEMI DI CONTROLLO

prova finale 2024/25

La soluzione dei problemi 1 e 3 richiede (1) la **spiegazione** delle scelte progettuali (2) lo **schema a blocchi finale** in cui compaiano i segnali con gli stessi simboli usati nella traccia (3) l'**espressione finale** del controllore.

Problema 1

Il sistema *cart-pendulum* consiste di un pendolo inverso montato su un carrello azionato da una forza motrice f . Si indichi con ϕ lo spostamento angolare del pendolo rispetto alla verticale.



Per piccoli valori di ϕ , la sua evoluzione è ben descritta dall'equazione

$$\ddot{\phi} = a\phi - bf$$

dove a e b sono costanti positive che dipendono dalle masse in gioco e dalla lunghezza del pendolo.

- a) Progettare un dispositivo in grado di stimare asintoticamente la posizione angolare ϕ del pendolo a partire dalla misura della velocità angolare $\dot{\phi}$ e dell'ingresso di forza f . Si forniscano sia le equazioni che uno schema a blocchi del dispositivo.
- b) Utilizzare tale dispositivo all'interno di un controllore in grado di stabilizzare il sistema intorno alla posizione verticale del pendolo. Come si muoverà il carrello a regime?

Problema 2

Dato il sistema non lineare

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^3 + 2x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1x_2\end{aligned}$$

determinare tutti i suoi punti di equilibrio e studiarne la stabilità nel modo più approfondito possibile.

Problema 3

Si consideri il sistema non lineare

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= bx_1 - x_2 - x_1x_3 + c + u \\ \dot{x}_3 &= x_1^2 + x_1x_2 - 2ax_3\end{aligned}$$

con $a, b, c > 0$.

- a) L'origine è un punto di equilibrio per il sistema non forzato?
- b) Si progetti una legge di controllo u in grado di rendere l'origine asintoticamente stabile. Quali dei parametri a, b, c è assolutamente necessario conoscere per implementare tale legge? La stabilità asintotica ottenuta sarà locale o globale? Quanto varrà u a regime?