

SISTEMI DI CONTROLLO

prova finale 2023/24

*La soluzione richiede (1) la **spiegazione** delle scelte progettuali (2) uno **schema a blocchi** del sistema di controllo progettato in cui compaiano i segnali con gli stessi simboli usati nel testo (3) l'**espressione** finale del controllore.*

Problema 1

Si consideri il sistema lineare descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + \beta u \\ \dot{x}_2 &= 2x_1 - x_2 + u \\ y &= \alpha x_1\end{aligned}$$

Determinare per quali valori dei numeri reali α e β è possibile costruire un controllore a retroazione dall'uscita tale che gli autovalori ad anello chiuso valgano tutti -1 , e se ne determinino le equazioni. Al termine, si calcoli la funzione di trasferimento del corrispondente controllore dinamico.

Problema 2

Si consideri il seguente sistema non lineare (*equazioni di Lorenz*)

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 &= b x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 &= x_1 x_2 - c x_3\end{aligned}$$

con $a > 0$.

- (a) Si determinino i punti di equilibrio con le relative condizioni di esistenza.
- (b) Mediante il criterio indiretto di Lyapunov, determinare per quali valori di b e c l'origine è asintoticamente stabile.
- (c) Nel caso particolare $b = -1$ e $c = 1$, utilizzare il criterio diretto di Lyapunov per stimare il bacino di attrazione dell'origine.

Problema 3

Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 + x_1 x_2^2 + u \\ \dot{x}_2 &= -x_1^2 x_2 - x_2\end{aligned}$$

il cui stato è misurabile. Si utilizzi il metodo basato sull'approssimazione lineare per progettare una legge di controllo u in grado di rendere asintoticamente stabile il punto $(0, 0)$, e se ne stimi il bacino di attrazione. Come si può risolvere lo stesso problema nel caso in cui la sola componente x_1 sia misurabile?