

CONTROLLI AUTOMATICI

prova finale 2022/23

La soluzione dei problemi di progetto richiede (1) la **spiegazione** delle scelte progettuali (2) uno **schema a blocchi** del sistema di controllo progettato in cui compaiano i segnali con gli stessi simboli usati nel testo (3) l'**espressione finale del controllore**.

Problema 1

Si consideri il sistema descritto dalle equazioni

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 3x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 + u \\ \dot{x}_3 &= -3x_3 \\ y &= x_1\end{aligned}$$

- (a) Si costruisca un dispositivo che stimi asintoticamente lo stato del sistema a partire da misure dell'ingresso u e dell'uscita y , con la condizione aggiuntiva che gli autovalori della dinamica di osservazione siano tutti coincidenti.
- (b) Si dimostri che è possibile usare lo stesso dispositivo in un sistema di controllo a retroazione dall'uscita tale che ad anello chiuso tutti gli autovalori siano coincidenti. Quali saranno i poli del sistema di controllo? Non è necessario progettare il sistema di controllo, ma le risposte vanno motivate.

Problema 2

Si consideri un pendolo attuato di massa m e lunghezza ℓ , il cui moto è descritto dall'equazione differenziale

$$m\ell\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + mg\ell\sin\theta = \tau$$

dove θ è lo spostamento angolare del pendolo rispetto alla verticale verso il basso, d è il coefficiente di attrito viscoso e τ è la coppia motrice che agisce sul giunto del pendolo. Il pendolo è dotato di un sensore (encoder) che misura θ , mentre non è disponibile una misura di $\dot{\theta}$.

Utilizzando l'approssimazione lineare e il principio di separazione, si ricavi la forma generale di un controllore in grado rendere asintoticamente stabile il punto di equilibrio $\theta = \pi$, $\dot{\theta} = 0$.

Problema 3

Si dimostri che l'origine è l'unico punto di equilibrio del seguente sistema non lineare

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^3 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -ax_1 - bx_2\end{aligned}$$

nel quale $a > 0$, $b > 0$. Successivamente, se ne studi la stabilità.

Problema 4

Le affermazioni seguenti sono *vere* o *false*? Rispondere e fornire una breve spiegazione.

- (a) Nella costruzione di un osservatore, è opportuno evitare costanti di tempo molto piccole per gli autovalori di $A - GC$ perché ciò risulterebbe in un eccessivo sforzo di controllo.
- (b) Il principio di separazione stabilisce che gli autovalori ad anello chiuso sono l'unione degli autovalori di $A + BK$ e di quelli di $A - GC$, purché il processo sia raggiungibile e osservabile.
- (c) Per il sistema descritto dalle equazioni $\dot{x}_1 = ax_1x_2 - bx_2^2$ e $\dot{x}_2 = ax_1 - bx_2$, l'origine non può essere in nessun caso un punto di equilibrio asintoticamente stabile.
- (d) Si consideri l'approssimazione lineare di un sistema non lineare nell'intorno di un punto di equilibrio x_e . Se x_e è isolato, l'origine risulterà essere l'unico punto di equilibrio del sistema approssimato.