

Lezione 26 - ricorsione su liste

- interpretazione *induttiva* di una lista
 - una *lista* e` un *elemento* seguito da una *lista* di elementi
 - non proprio, ma quasi
- vari esercizi

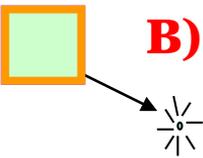
LISTE - interpretazione induttiva - esempio

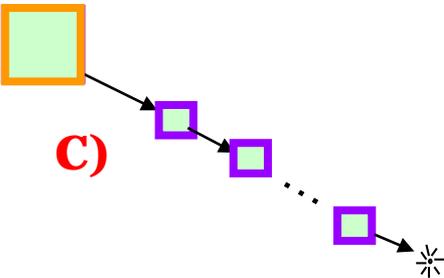
Possiamo interpretare una sequenza di elementi come un **elemento** seguito da una (sotto)sequenza che a sua volta e` una sequenza

$$\boxed{\text{lista (non vuota)} = \text{1° elemento} + \text{restolista}}$$

(ma solo se la sequenza e` non vuota). Ampliando questa osservazione, si distinguono tre casi (A, B, C) che convergono nella definizione induttiva qui sotto

A) 

B) 

C) 

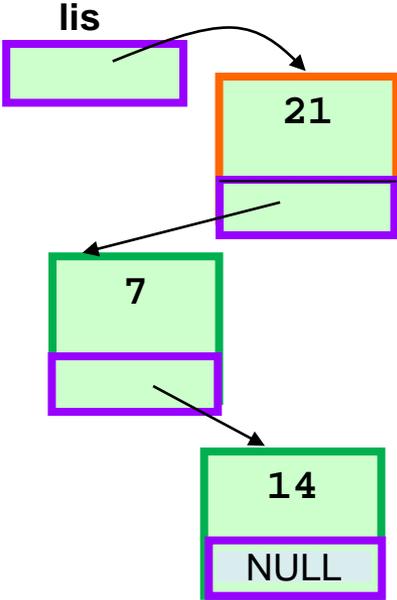
A) vuota
B) un solo elem. (+lista resto vuota)
C) un elem. + lista resto

tutti questi casi si possono raccogliere nella definizione:
una lista e` un insieme di elementi che

- o e` vuoto
- o e` scindibile in (primo) elemento e lista degli elementi rimanenti

$LISTA = \begin{cases} LISTA\ VUOTA \\ \text{elemento} + \text{restolista} \end{cases}$

lis

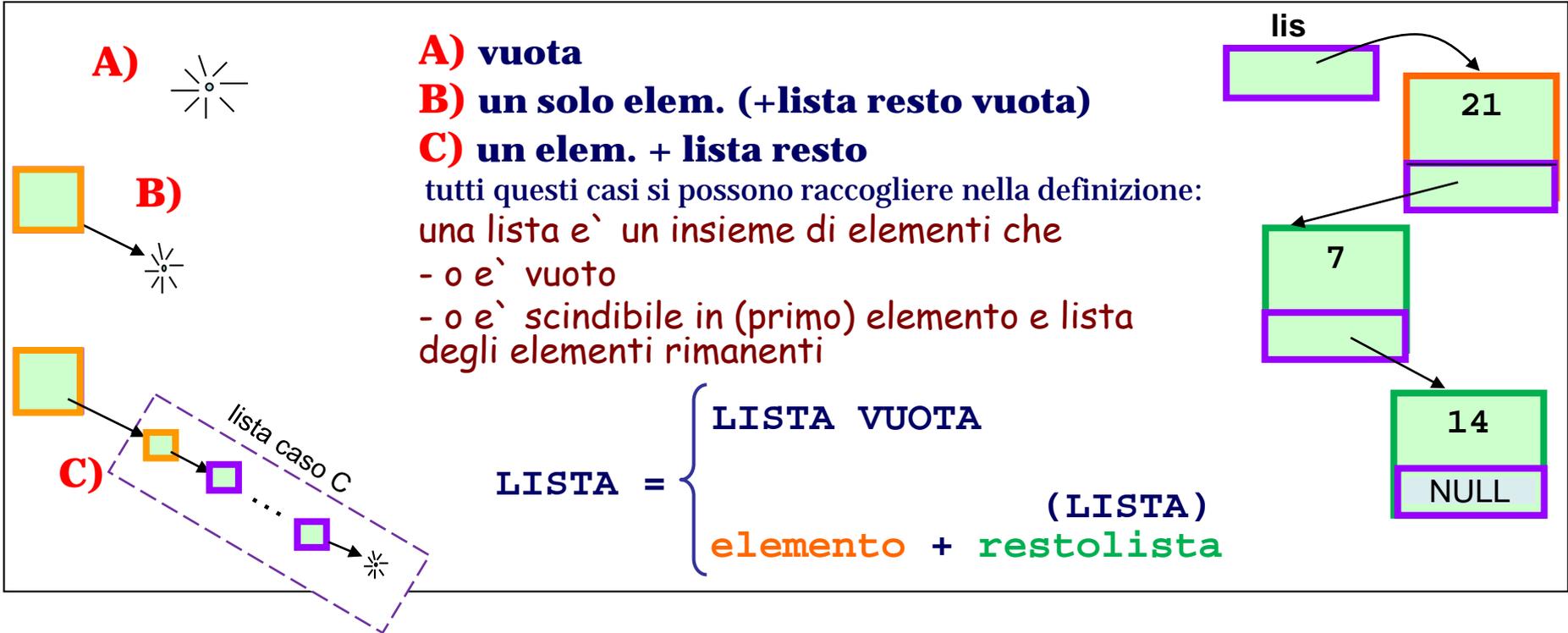


LISTE - interpretazione induttiva - esempio

Possiamo interpretare una sequenza di elementi come un **elemento** seguito da una (sotto)sequenza che a sua volta e' una sequenza

$$\text{lista (non vuota)} = \text{1° elemento} + \text{restolista}$$

(ma solo se la sequenza e' non vuota). Ampliando questa osservazione, si distinguono tre casi (A, B, C) che convergono nella definizione induttiva qui sotto

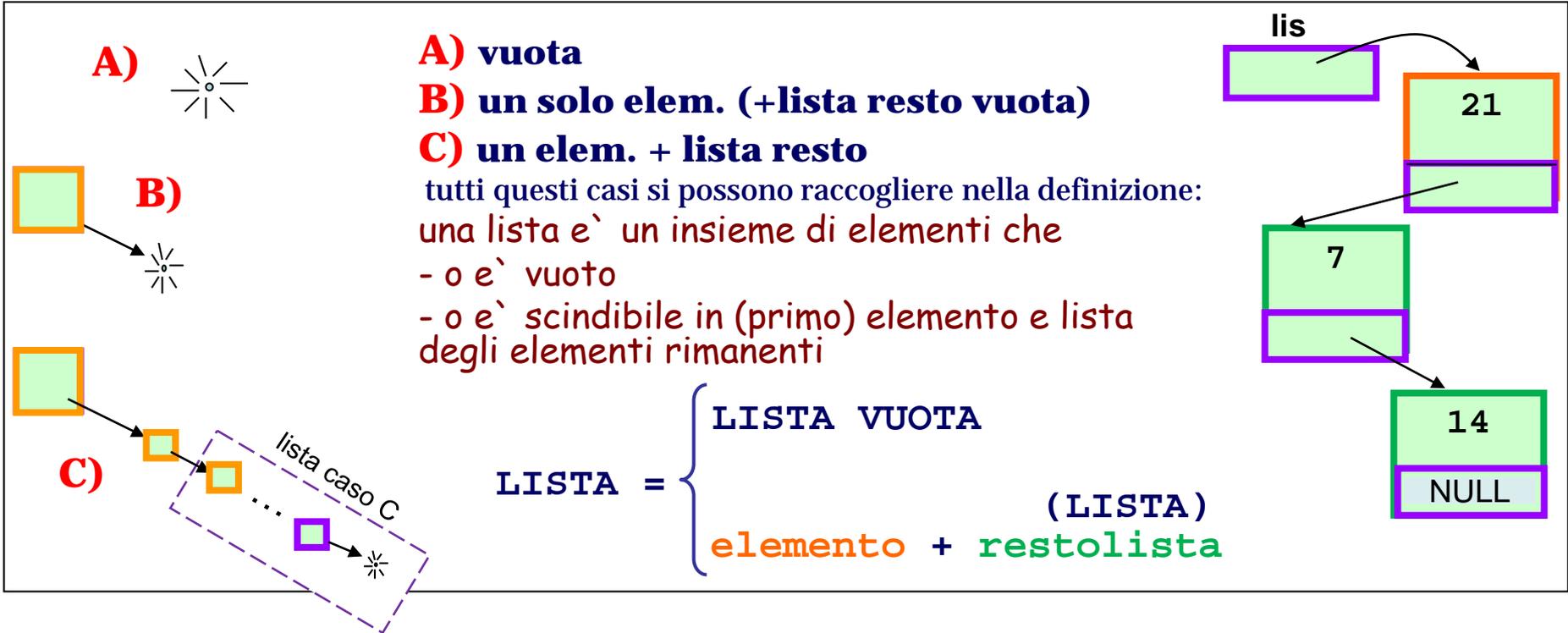


LISTE - interpretazione induttiva - esempio

Possiamo interpretare una sequenza di elementi come un **elemento** seguito da una (sotto)sequenza che a sua volta e` una sequenza

$$\text{lista (non vuota)} = \text{1° elemento} + \text{restolista}$$

(ma solo se la sequenza e` non vuota). Ampliando questa osservazione, si distinguono tre casi (A, B, C) che convergono nella definizione induttiva qui sotto



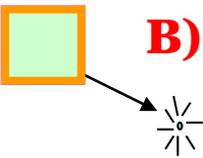
LISTE - interpretazione induttiva - esempio

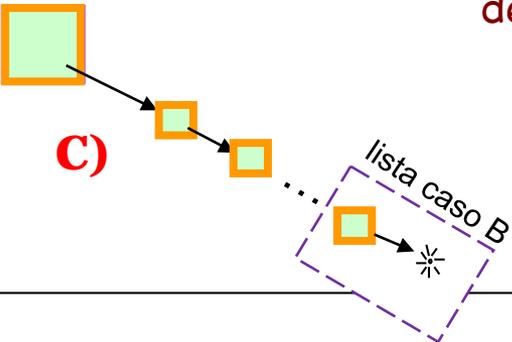
Possiamo interpretare una sequenza di elementi come un **elemento** seguito da una (sotto)sequenza che a sua volta e` una sequenza

$$\text{lista (non vuota)} = \text{1° elemento} + \text{restolista}$$

(ma solo se la sequenza e` non vuota). Ampliando questa osservazione, si distinguono tre casi (A, B, C) che convergono nella definizione induttiva qui sotto

A) vuota 

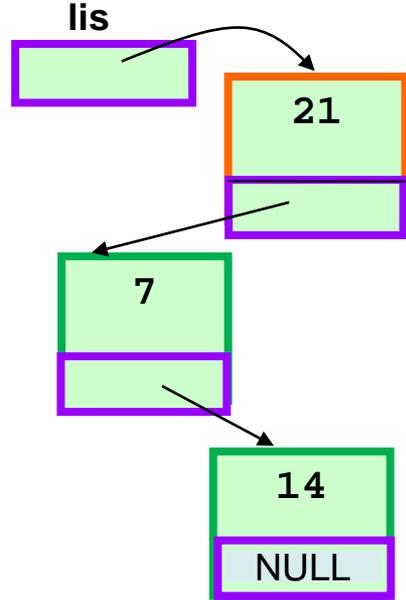
B) un solo elem. (+lista resto vuota) 

C) un elem. + lista resto 

tutti questi casi si possono raccogliere nella definizione:
una lista e` un insieme di elementi che

- o e` vuoto
- o e` scindibile in (primo) elemento e lista degli elementi rimanenti

LISTA = $\begin{cases} \text{LISTA VUOTA} \\ \text{elemento} + \text{restolista} \end{cases}$ (LISTA)



LISTE - interpretazione induttiva - esempio

Possiamo interpretare una sequenza di elementi come un **elemento** seguito da una (sotto)sequenza che a sua volta e` una sequenza

$$\boxed{\text{lista (non vuota)} = 1^{\circ}\text{elemento} + \text{restolista}}$$

(ma solo se la sequenza e` non vuota). Ampliando questa osservazione, si distinguono tre casi (A, B, C) che convergono nella definizione induttiva qui sotto

A)

B)

C)

A) vuota
B) un solo elem. (+lista resto vuota)
C) un elem. + lista resto

tutti questi casi si possono raccogliere nella definizione:
una lista e` un insieme di elementi che

- o e` vuoto
- o e` scindibile in (primo) elemento e lista degli elementi rimanenti

$$\text{LISTA} = \begin{cases} \text{LISTA VUOTA} \\ \text{elemento} + \text{restolista} \end{cases}$$

Per cui, l'espressione di una funzione F_{OP} che esegue OP sugli elementi della lista puo` essere data cosi`

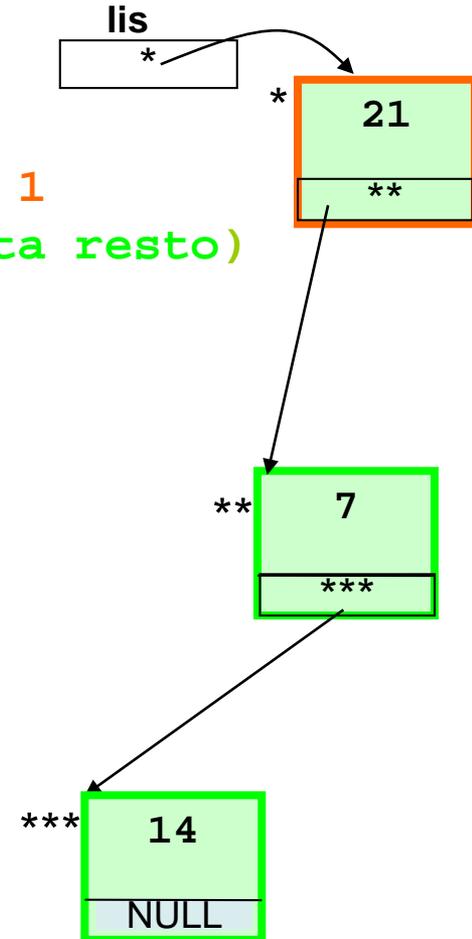
$$F_{OP}(LISTA) = \begin{cases} \text{se LISTA VUOTA} & \text{NULLA} \\ \text{senno` } & \begin{cases} - OP \text{ sul primo elemento} \\ - } F_{OP}(\text{restolista}) \end{cases} \end{cases}$$

LISTE - interpretazione induttiva

esempio: aggiungere 1 ad ogni elemento della lista

`AGGIUNGI1(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{VUOTA} \\ \text{NULLA} \\ \text{senno`} \end{array} \right.$

1) `PRIMO.info += 1`
2) `AGGIUNGI1(lista resto)`



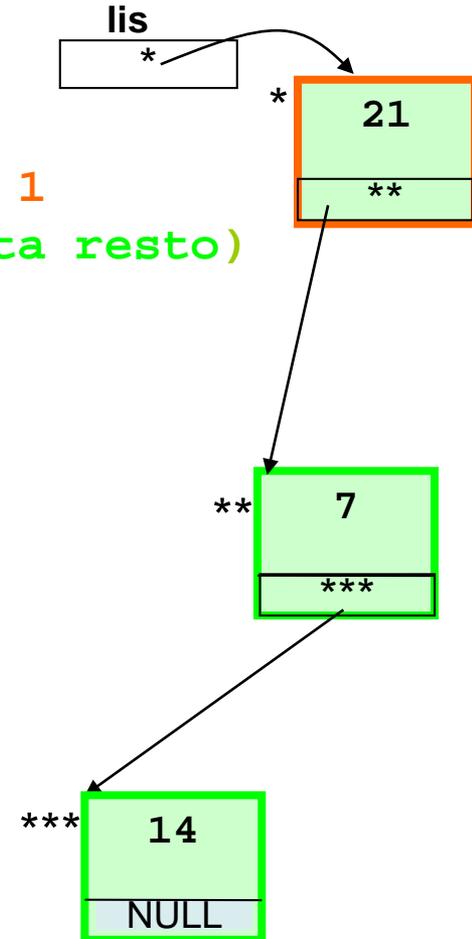
```
void aggiungiUno (  $\text{\textcircled{smiley}}$  ) {  
     $\text{\textcircled{smiley}}$   
  
    return;  
}
```

LISTE - interpretazione induttiva

esempio: aggiungere 1 ad ogni elemento della lista

`AGGIUNGI1(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA} & \text{NULLA} \\ \text{VUOTA} & \\ \\ \text{senno} & \begin{array}{l} 1) \text{ PRIMO.info} += 1 \\ 2) \text{ AGGIUNGI1(lista resto)} \end{array} \end{array} \right.$

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {
    if (l) {
        l->info += 1;
        aggiungiUno(l->next);
    }
    return;
}
```



LISTE - interpretazione induttiva

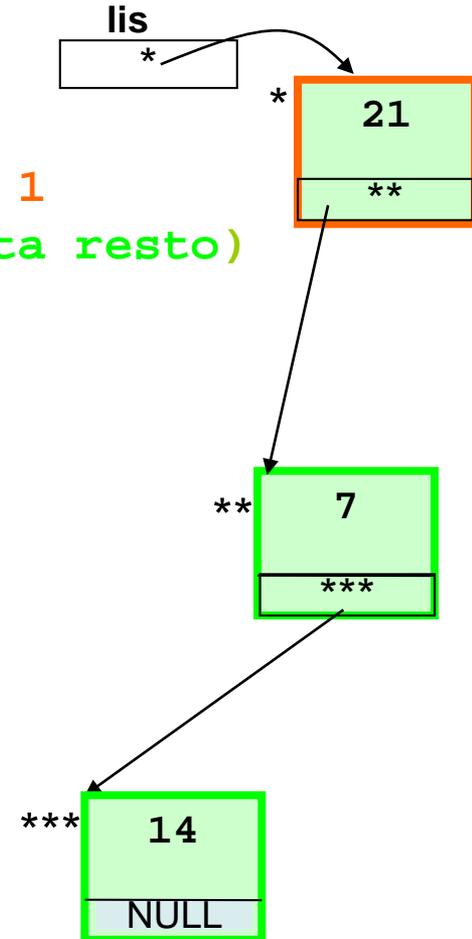
esempio: aggiungere 1 ad ogni elemento della lista

`AGGIUNGI1(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA} & \text{NULLA} \\ \text{VUOTA} & \\ \text{senno} & \begin{array}{l} 1) \text{PRIMO.info} += 1 \\ 2) \text{AGGIUNGI1(lista resto)} \end{array} \end{array} \right.$

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {
    if (l) {
        l->info += 1;
        aggiungiUno(l->next);
    }
    return;
}
```

`lista resto`

PRIMO

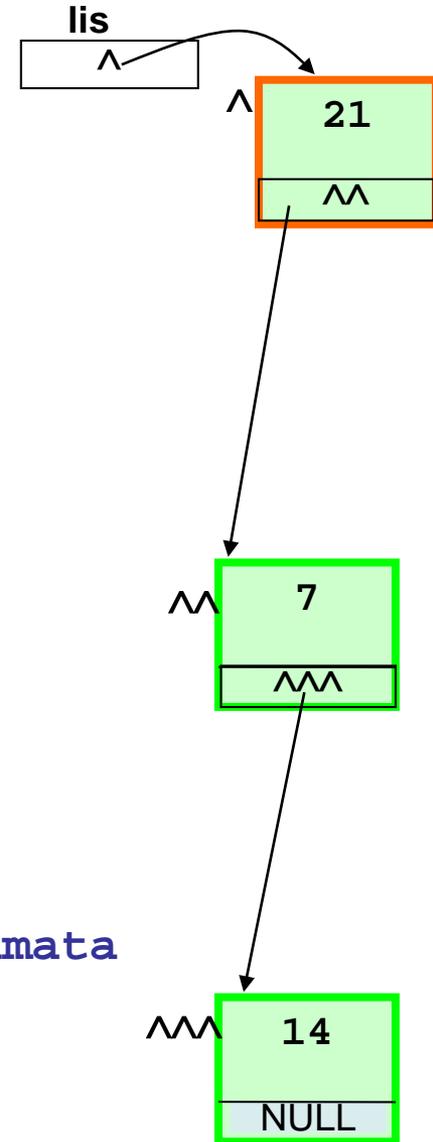


LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        l->info += 1;  
        aggiungiUno(l->next);  
    }  
    return;  
}
```

aggiungiUno(lis) **RDA**

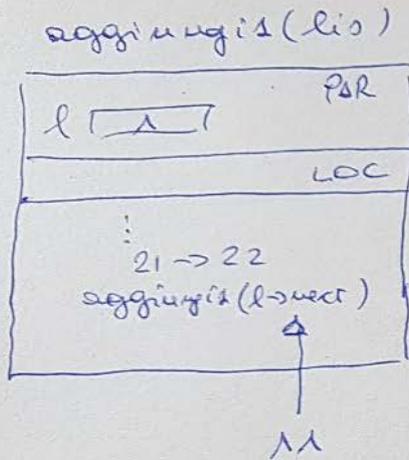
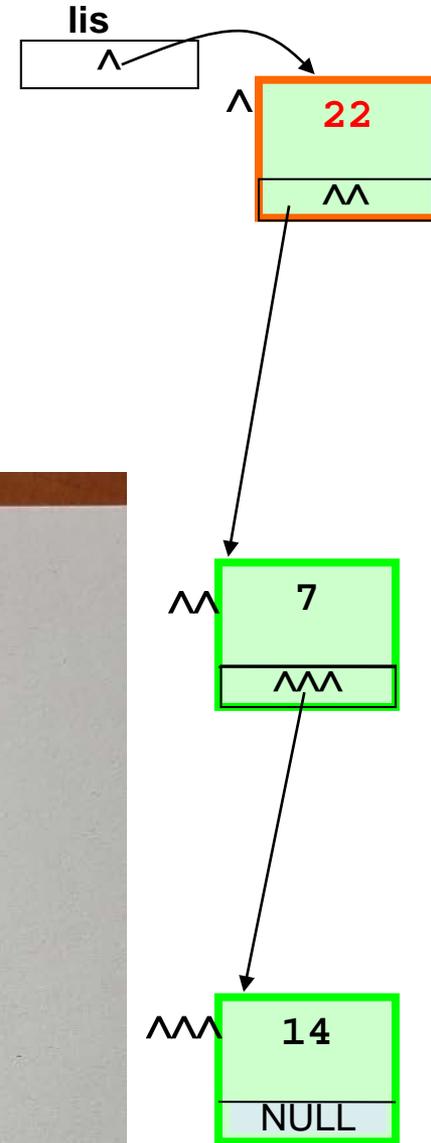
Disegnare i record di attivazione di questa chiamata



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        l->info += 1;  
        aggiungiUno(l->next);  
    }  
    return;  
}
```

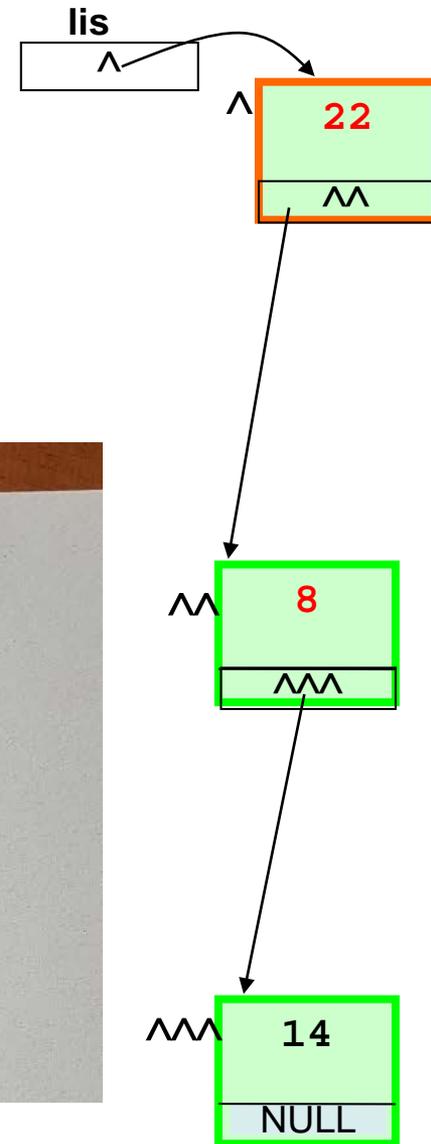
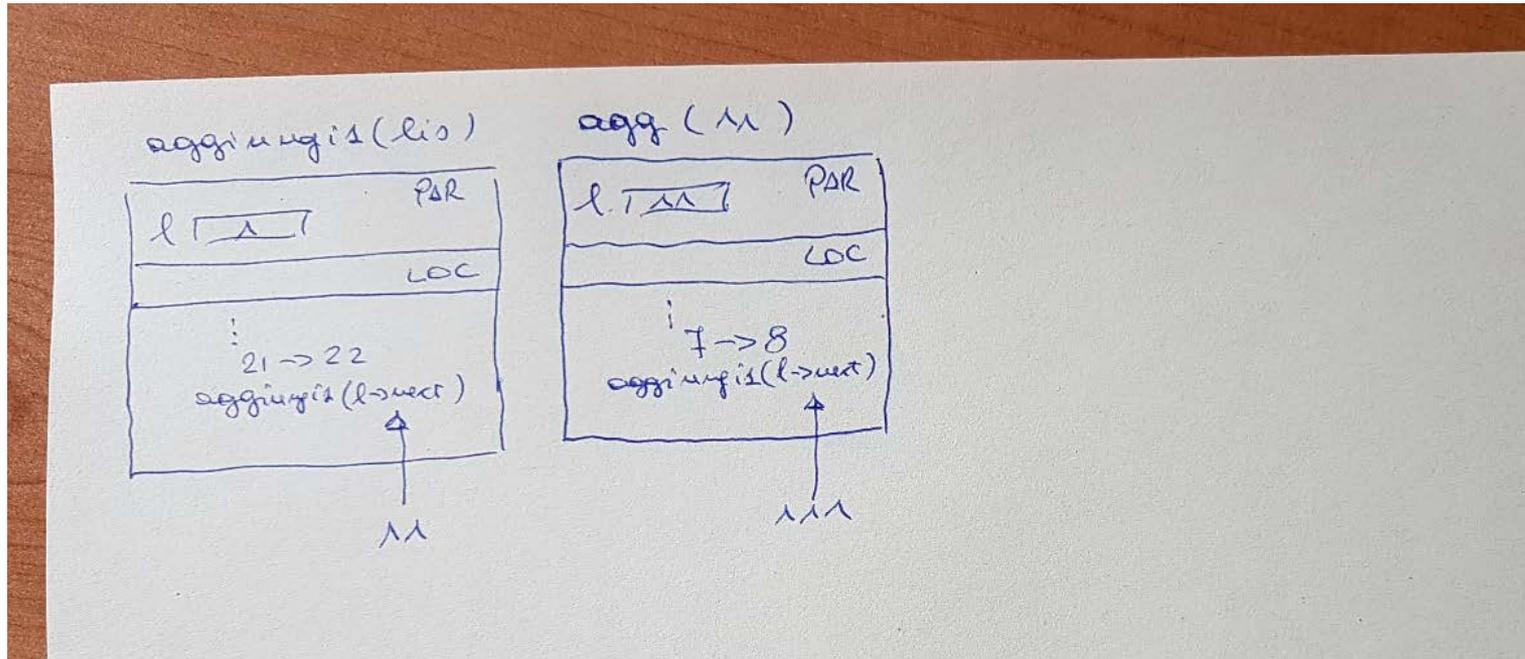
`aggiungiUno(lis)` **RDA**



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        l->info += 1;  
        aggiungiUno(l->next);  
    }  
    return;  
}
```

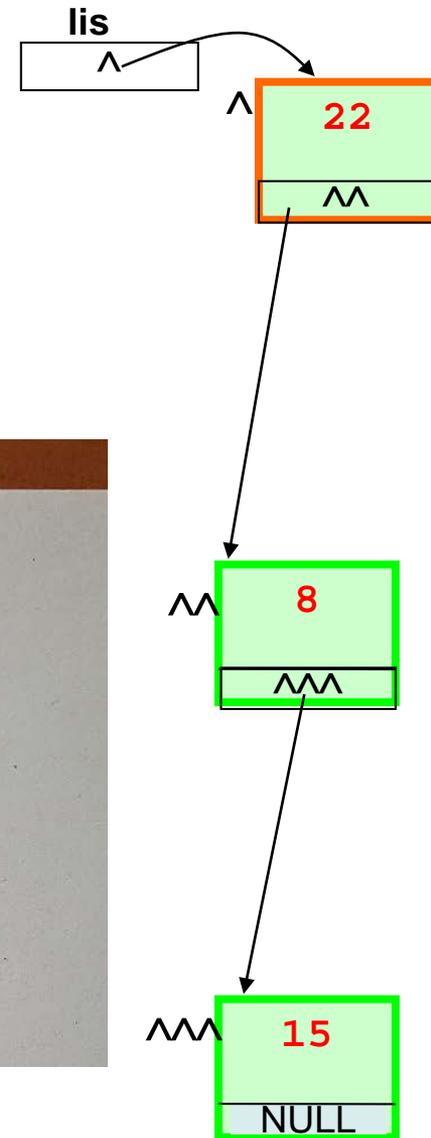
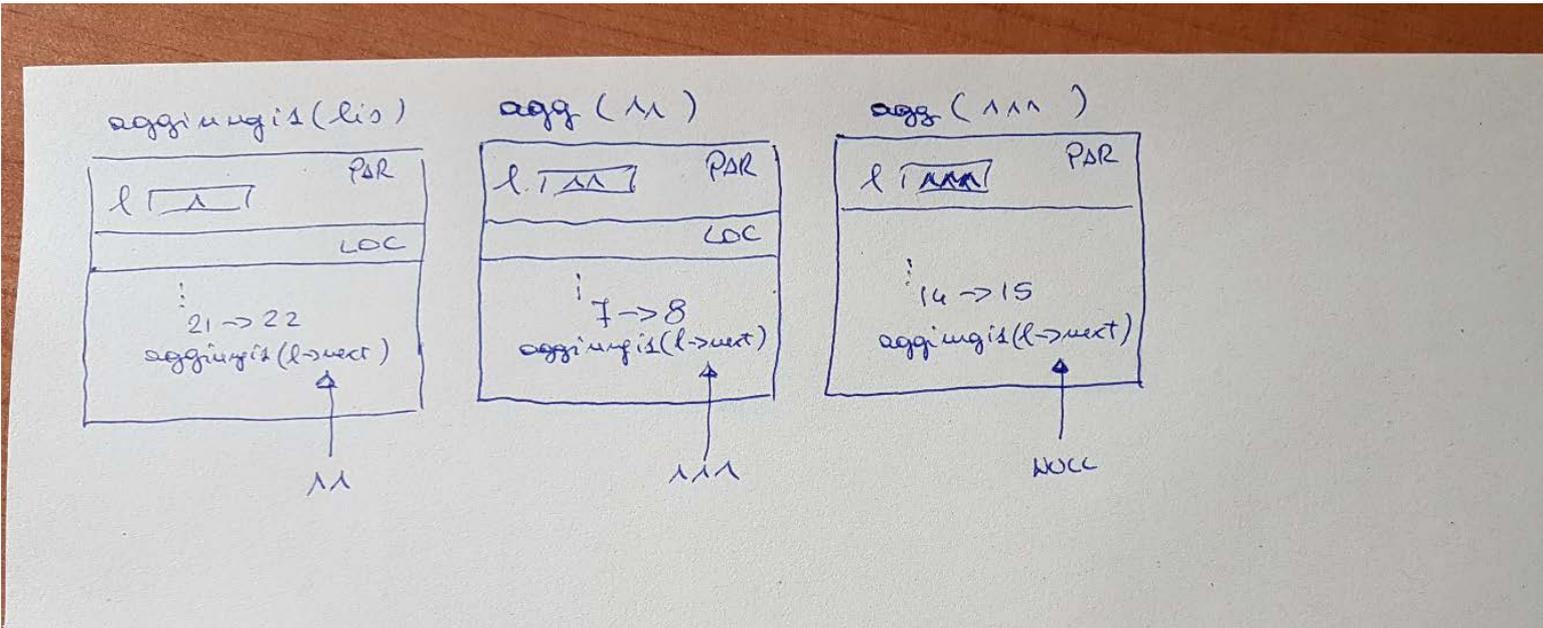
aggiungiUno(lis) RDA



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {  
  if (l) {  
    l->info += 1;  
    aggiungiUno(l->next);  
  }  
  return;  
}
```

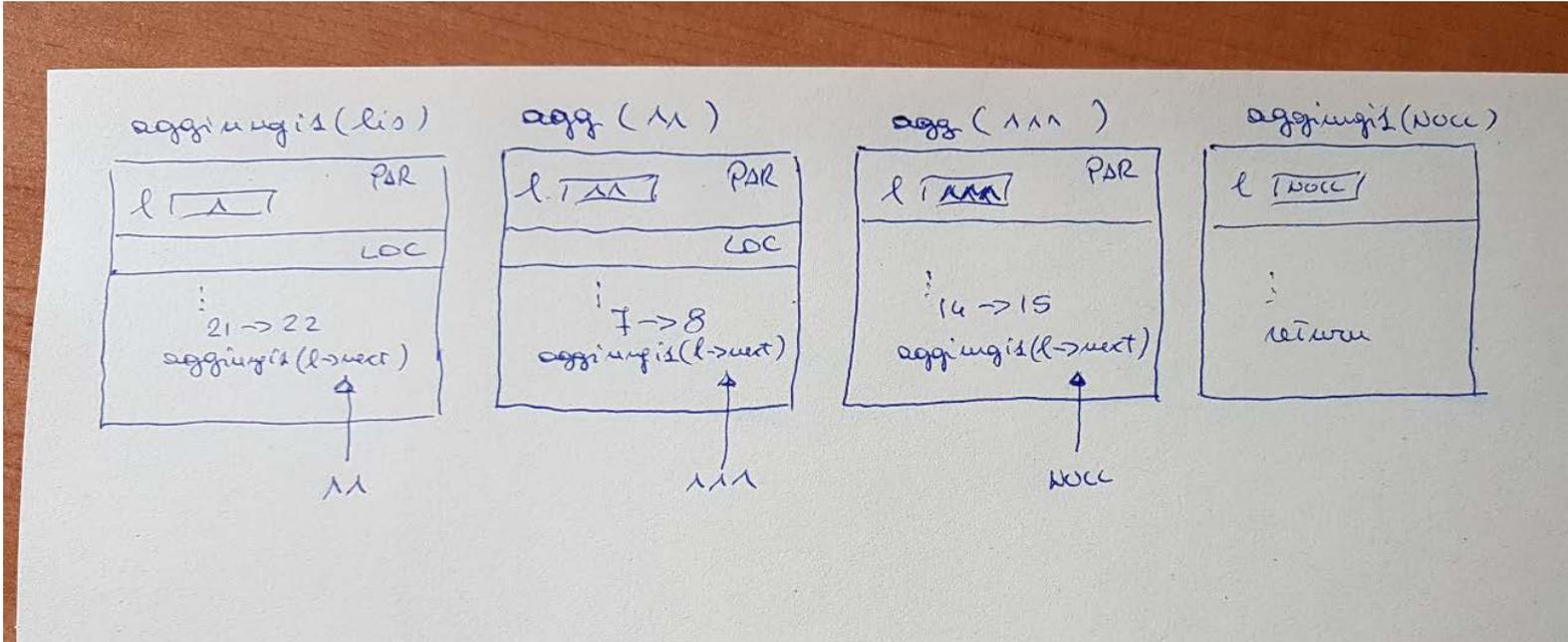
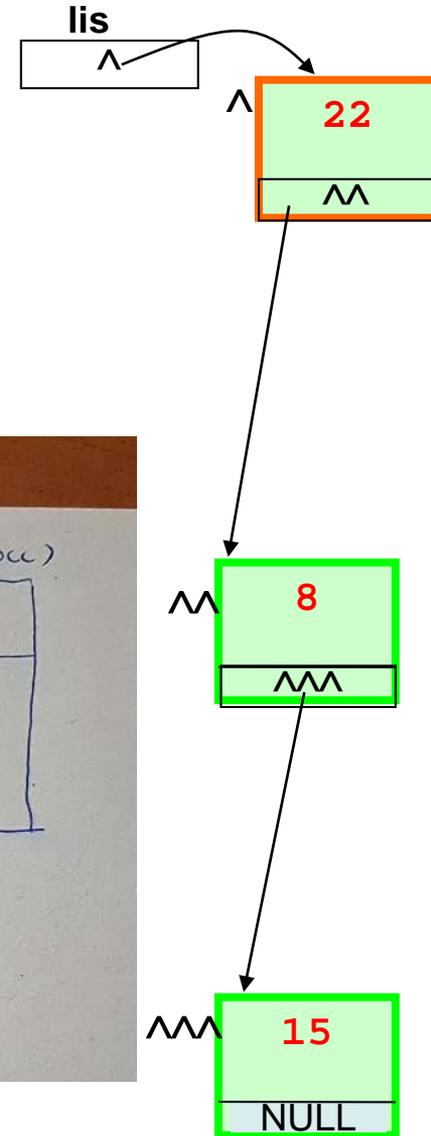
aggiungiUno(lis) RDA



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {  
  if (l) {  
    l->info += 1;  
    aggiungiUno(l->next);  
  }  
  return;  
}
```

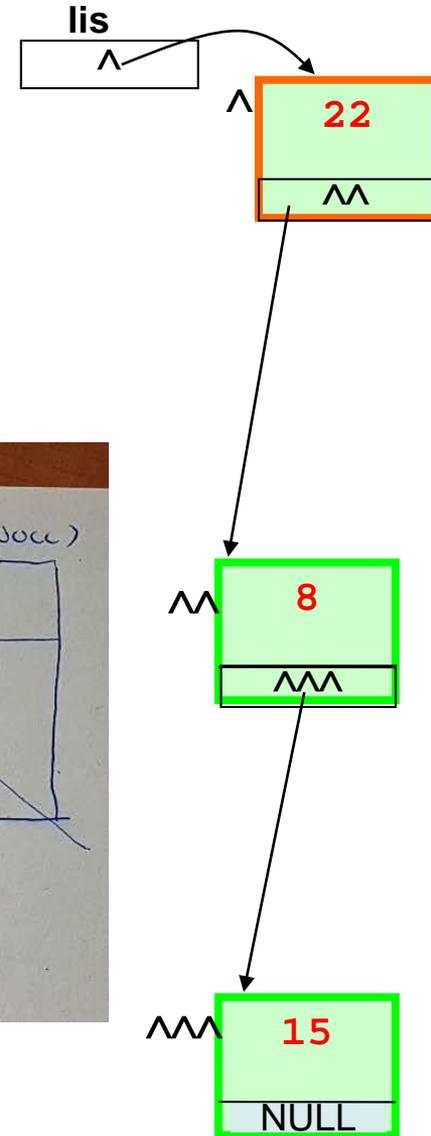
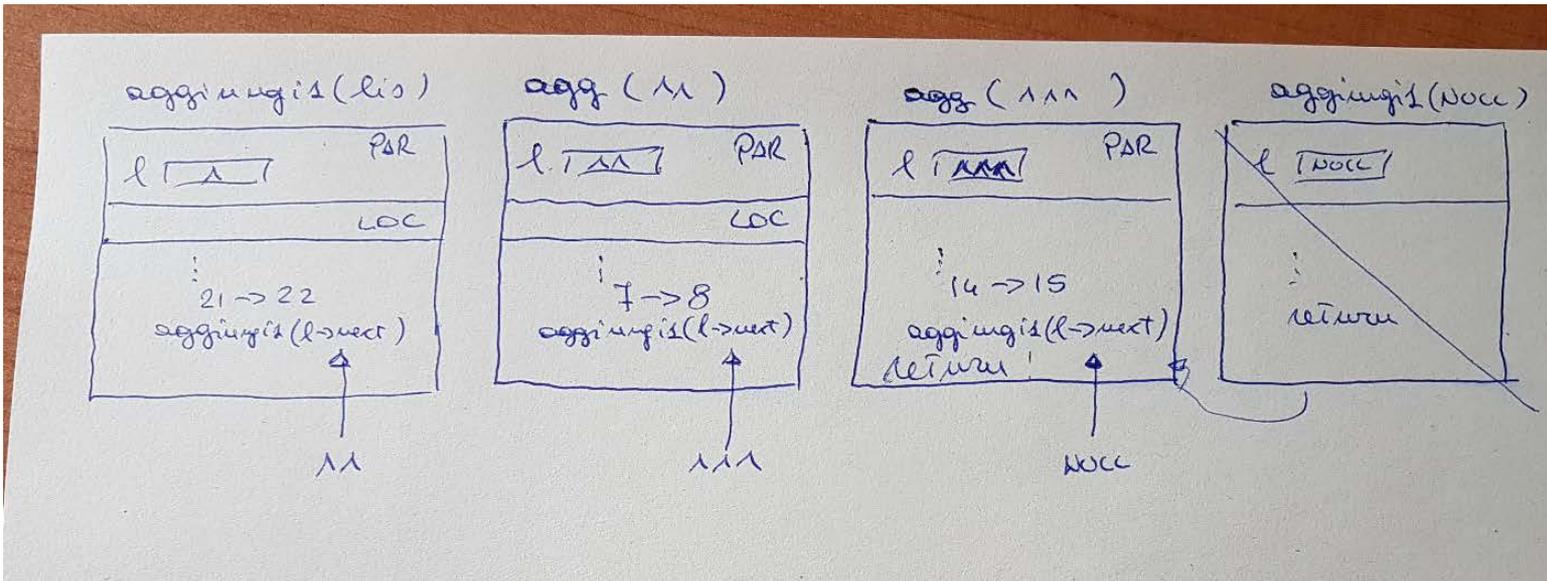
aggiungiUno(lis) RDA



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {
    if (l) {
        l->info += 1;
        aggiungiUno(l->next);
    }
    return;
}
```

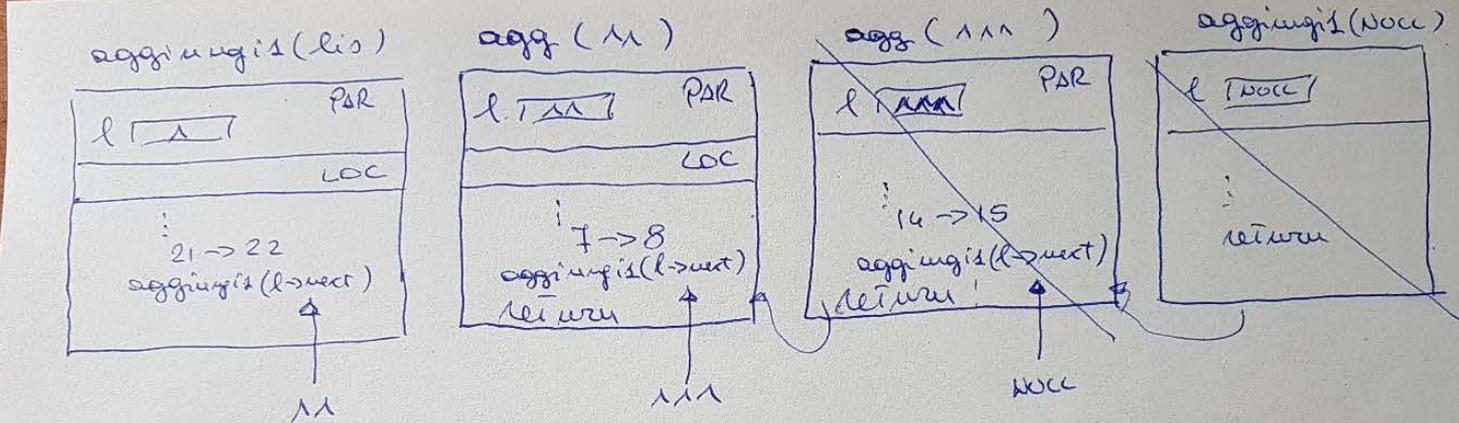
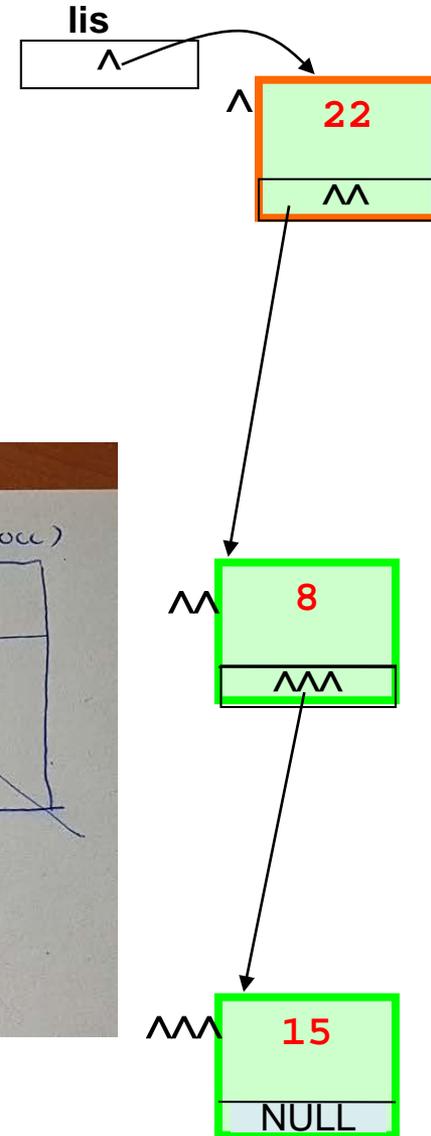
aggiungiUno(lis) RDA



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {  
  if (l) {  
    l->info += 1;  
    aggiungiUno(l->next);  
  }  
  return;  
}
```

aggiungiUno(lis) **RDA**

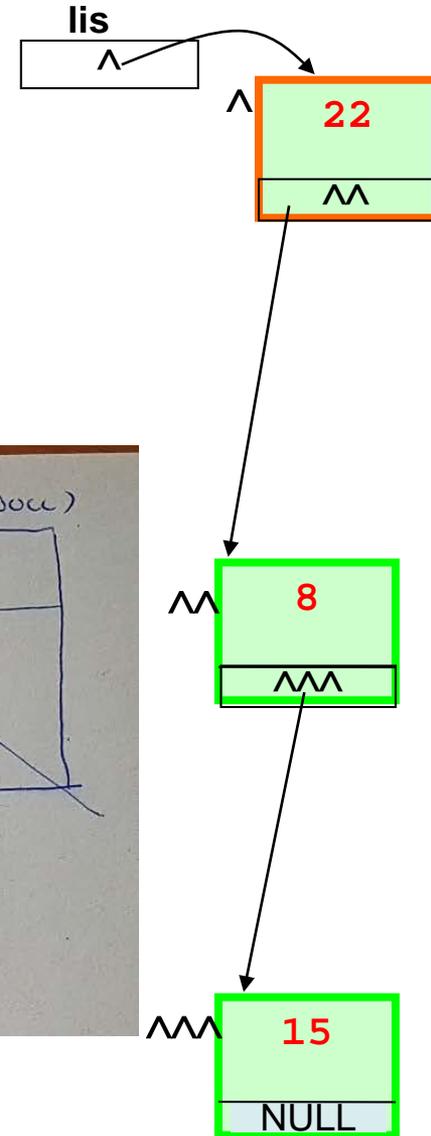
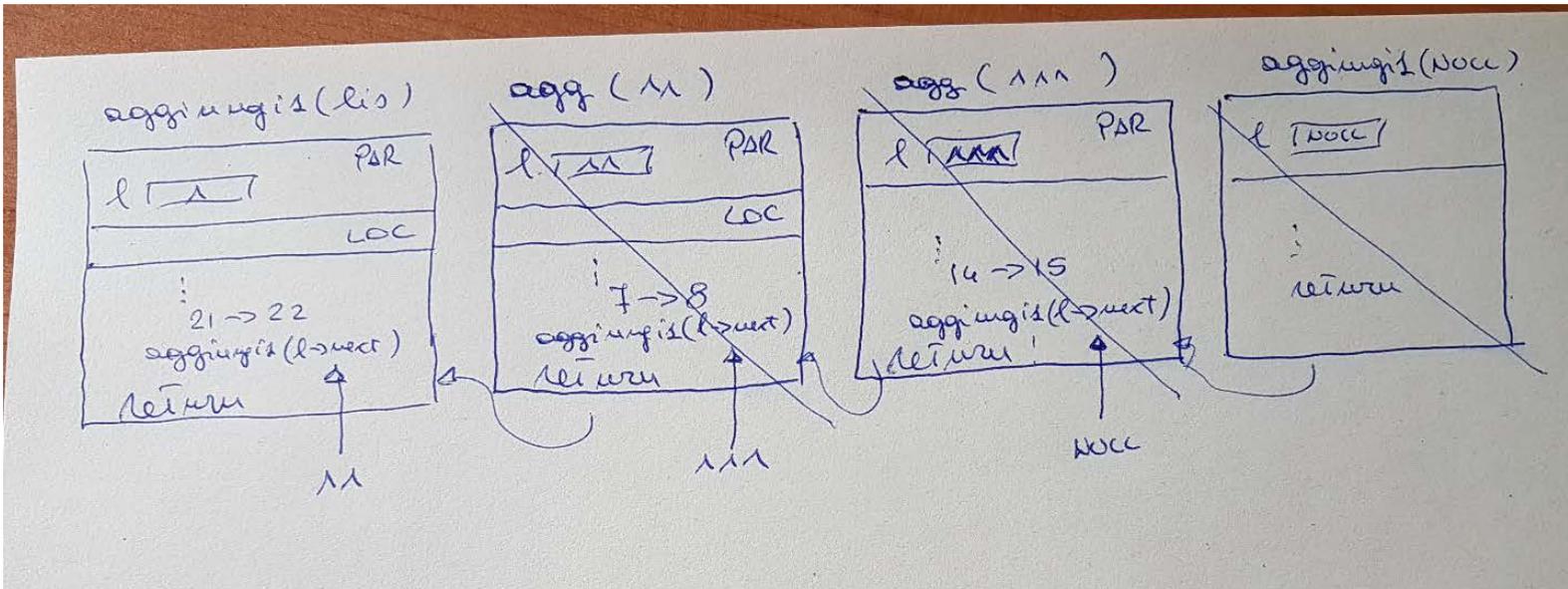


LISTE - interpretazione induttiva

```

void aggiungiUno (TipoLista l) {
  if (l) {
    l->info += 1;
    aggiungiUno(l->next);
  }
  return;
}
    
```

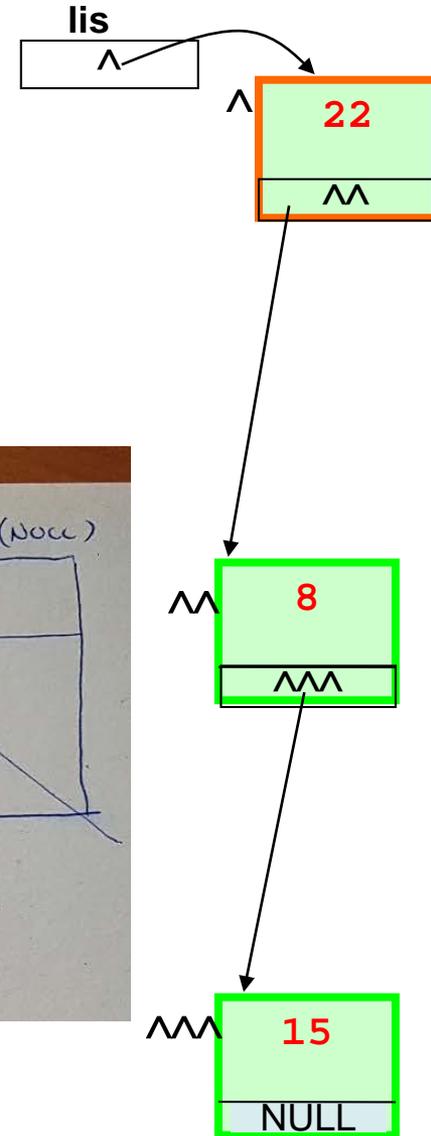
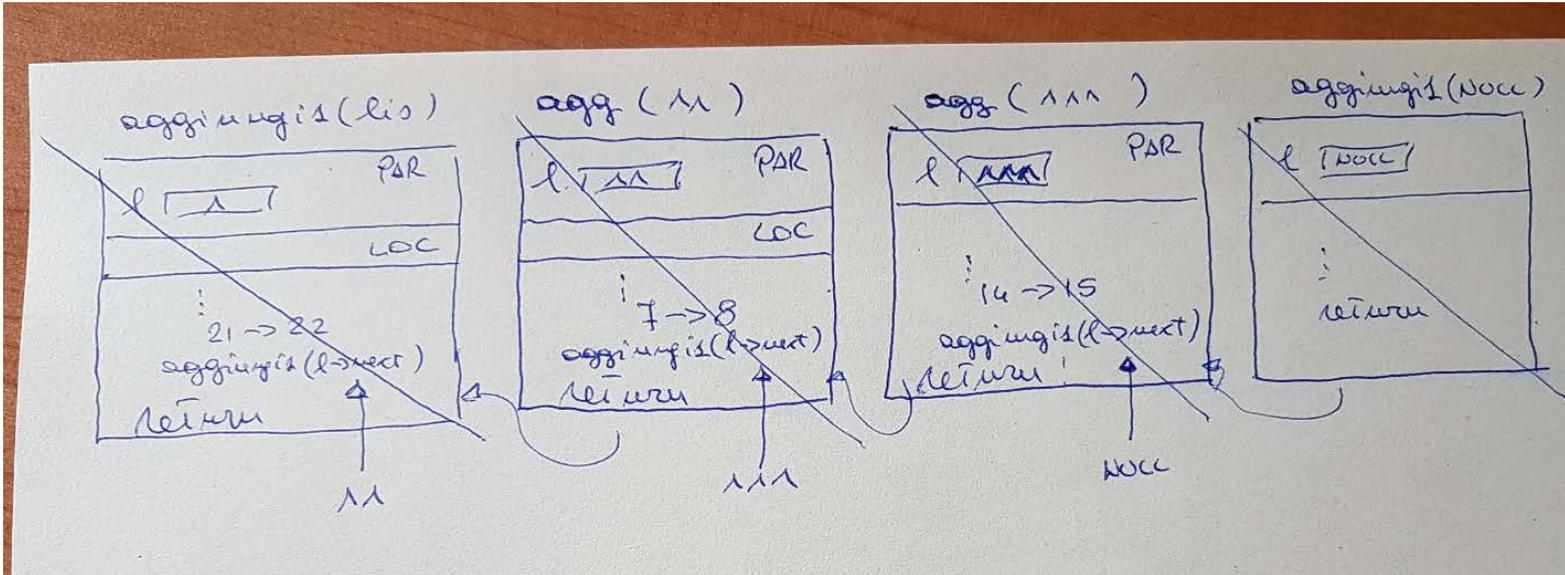
aggiungiUno(lis) **RDA**



LISTE - interpretazione induttiva

```
void aggiungiUno (TipoLista l) {
    if (l) {
        l->info += 1;
        aggiungiUno(l->next);
    }
    return;
}
```

aggiungiUno(lis) **RDA**



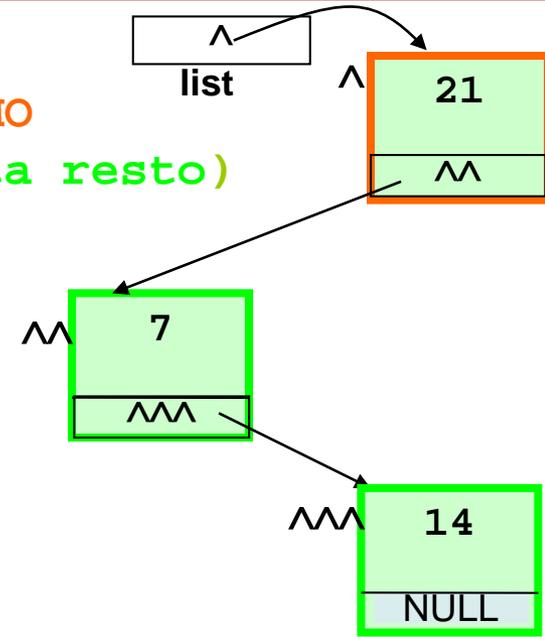
Abbiamo avuto fino a quattro RDA allocati contemporaneamente (poi deallocati uno dopo l'altro dall'ultimo al primo che era stato allocato)

Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno`} \end{array} \right. \quad \text{NULLA}$

- 1) output PRIMO
- 2) `STAMPA(lista resto)`

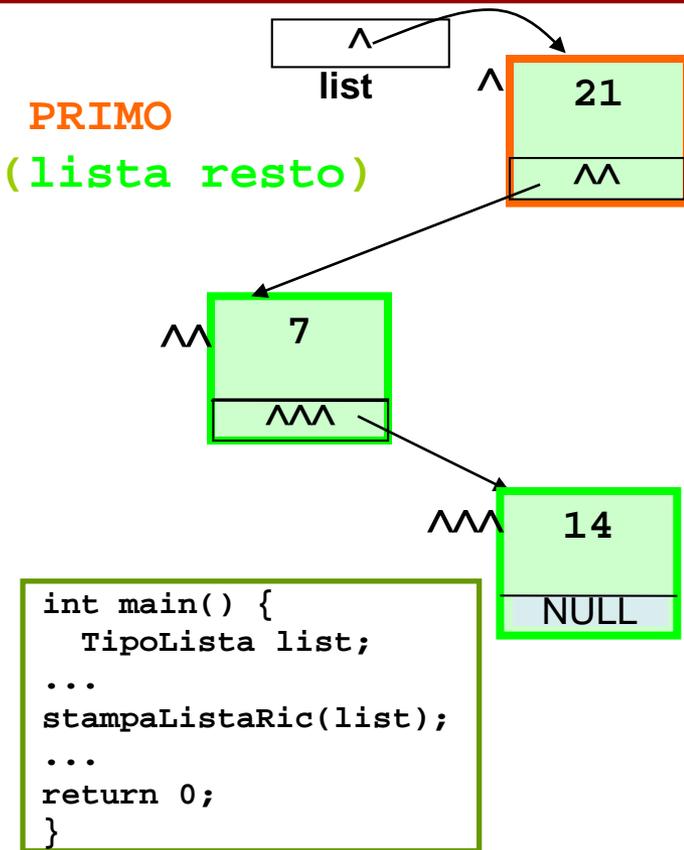
```
void stampaListaRic (TipoLista l) {  
    if (l) {  
  
        😊  
  
    }  
    return;  
}
```



Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno`} \end{array} \right. \begin{array}{l} 1) \text{ output PRIMO} \\ 2) \text{ STAMPA(lista resto)} \\ \\ \text{NULLA} \end{array}$

```
void stampaListaRic (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        /* stampaElem(l->info); */  
        printf("...%d...", l->info);  
        stampaListaRic(l->next);  
    }  
    return;  
}
```



PRIMO

☺ chi sono questi due?

lista resto

Stampa ricorsiva di una lista

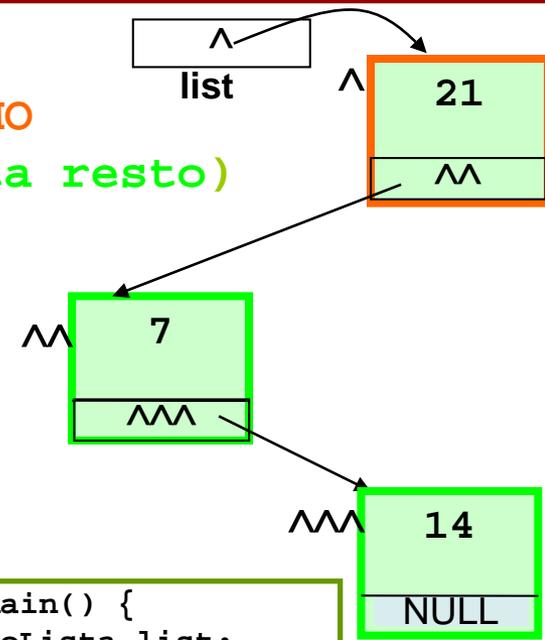
`STAMPA(LISTA) =` $\begin{cases} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} & \begin{array}{l} 1) \text{ output PRIMO} \\ 2) \text{ STAMPA(lista resto)} \end{array} \\ \text{senno} & \text{NULLA} \end{cases}$

```
void stampaListaRic (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        /* stampaElem(l->info); */  
        printf("...%d...", l->info);  
        stampaListaRic(l->next);  
    }  
    return;  
}
```

PRIMO

lista resto

```
int main() {  
    TipoLista list;  
    ...  
    stampaListaRic(list);  
    ...  
    return 0;  
}
```



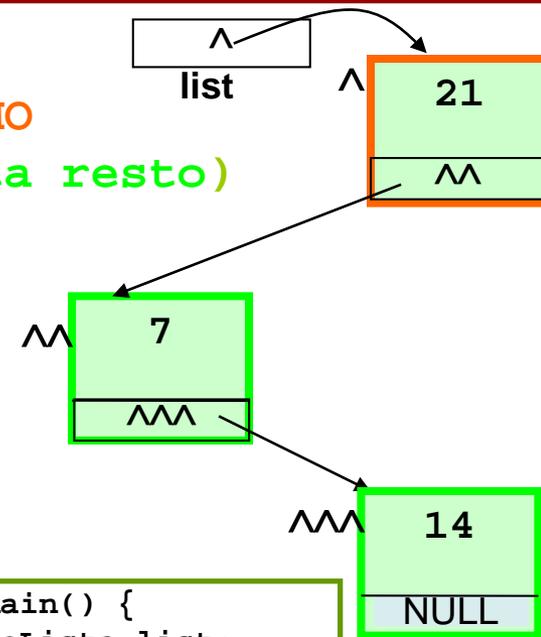
Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno} \quad \text{NULLA} \end{array} \right.$

- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)

```
void stampaListaRic (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        /* stampaElem(l->info); */  
        printf("...%d...", l->info);  
        stampaListaRic(l->next);  
    }  
    return;  
}
```

```
int main() {  
    TipoLista list;  
    ...  
    stampaListaRic(list);  
    ...  
    return 0;  
}
```



`stampaListaRic(list)`

l $\left[\begin{array}{c} \wedge \end{array} \right]$

```
printf("...%  
stampa(l->next);
```



OUTPUT

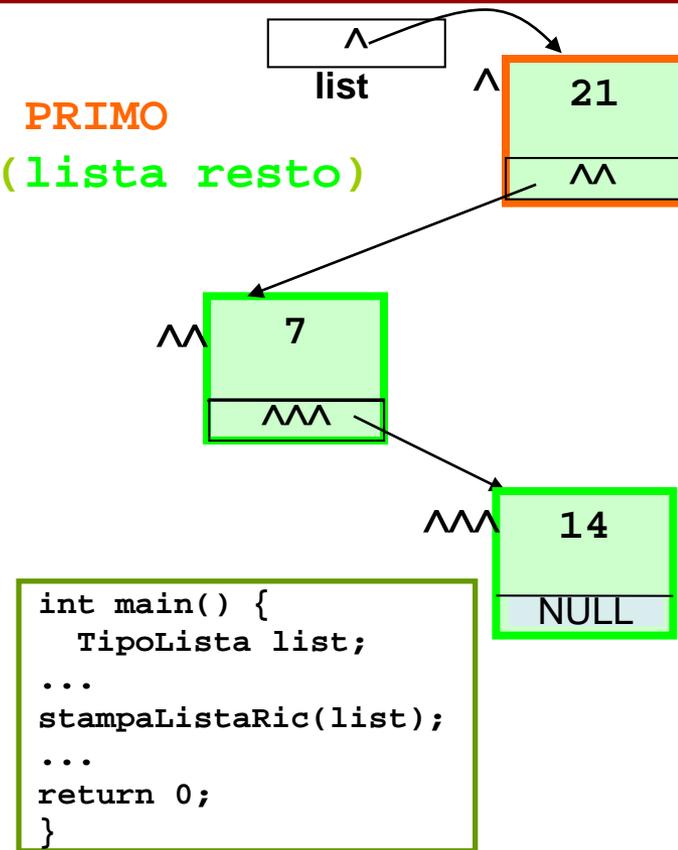
Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

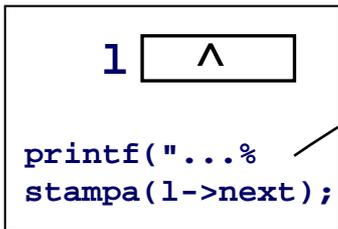
$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA} & \text{1) output PRIMO} \\ \text{NON VUOTA} & \text{2) STAMPA(lista resto)} \\ \\ \text{senno} & \text{NULLA} \end{array} \right.$$

```

void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
    
```



`stampa(list)` `stampa(^^)`



OUTPUT 21

Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno`} \end{array} \right. \quad \text{NULLA}$$

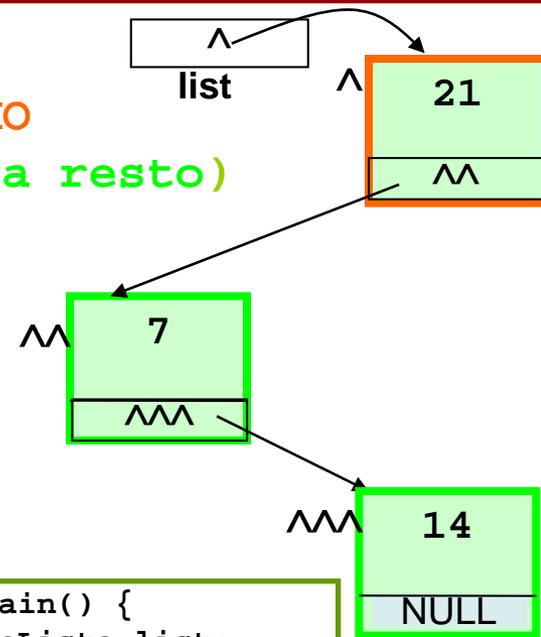
- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)

```

void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
    
```

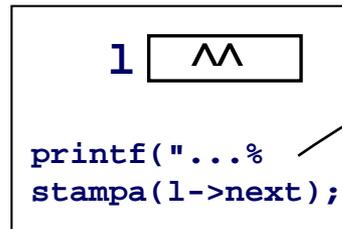
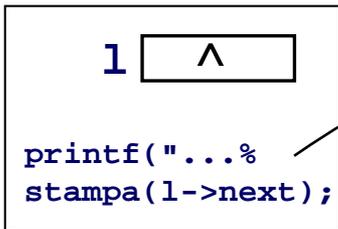
```

int main() {
    TipoLista list;
    ...
    stampaListaRic(list);
    ...
    return 0;
}
    
```



`stampa(list)`

`stampa(^^)`



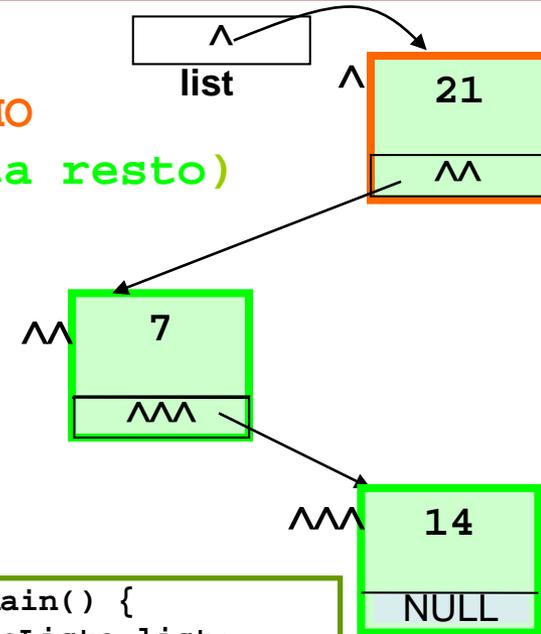
OUTPUT 21 7

Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno`} \end{array} \right. \quad \text{NULLA}$$

- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)



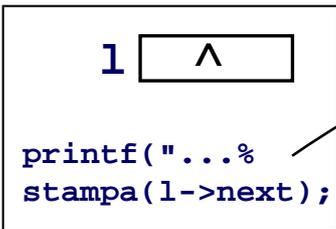
```

void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
  
```

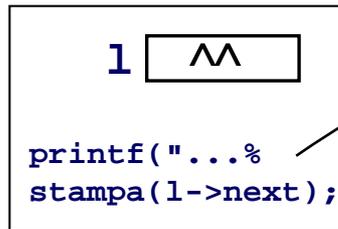
```

int main() {
    TipoLista list;
    ...
    stampaListaRic(list);
    ...
    return 0;
}
  
```

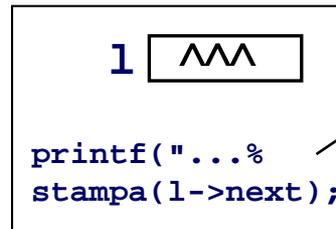
`stampa(list)`



`stampa(^^)`



`stampa(^^^)`



OUTPUT 21 7 14

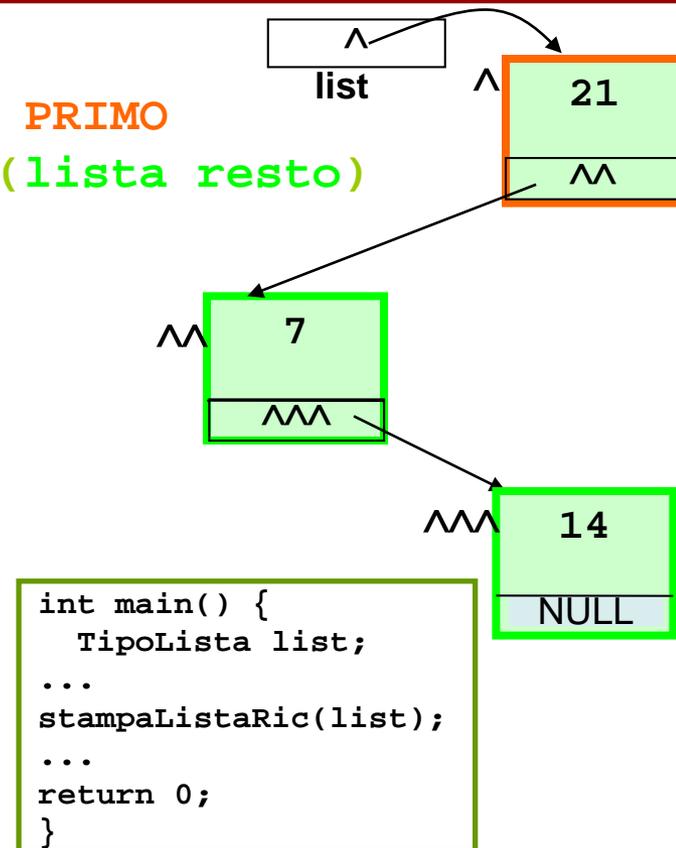
Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

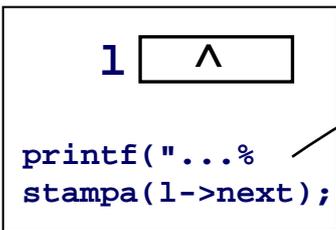
$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA} & \text{1) output PRIMO} \\ \text{NON VUOTA} & \text{2) STAMPA(lista resto)} \\ \\ \text{senno} & \text{NULLA} \end{array} \right.$$

```

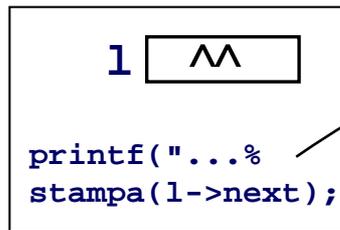
void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
    
```



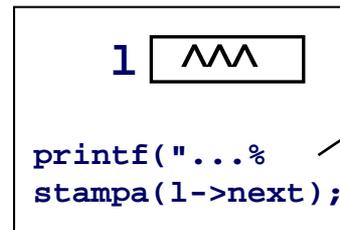
`stampa(list)`



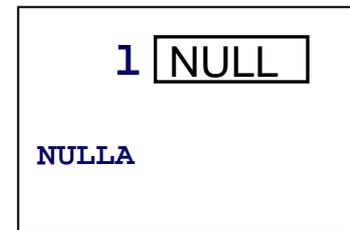
`stampa(^^)`



`stampa(^^^)`



`stampa(NULL)`



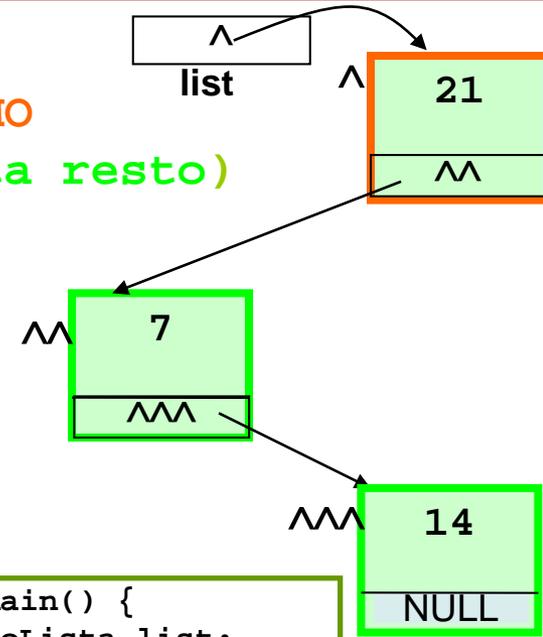
OUTPUT 21 7 14

Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno`} \end{array} \right. \quad \text{NULLA}$$

- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)



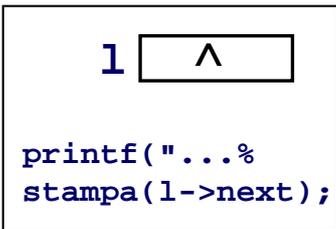
```

void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
  
```

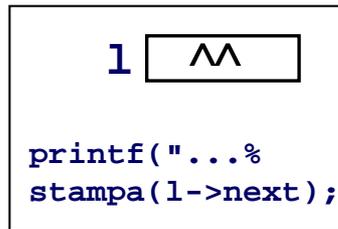
```

int main() {
    TipoLista list;
    ...
    stampaListaRic(list);
    ...
    return 0;
}
  
```

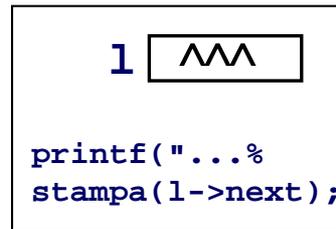
`stampa(list)`



`stampa(^^)`



`stampa(^^^)`



OUTPUT 21 7 14

Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno`} \end{array} \right. \quad \text{NULLA}$$

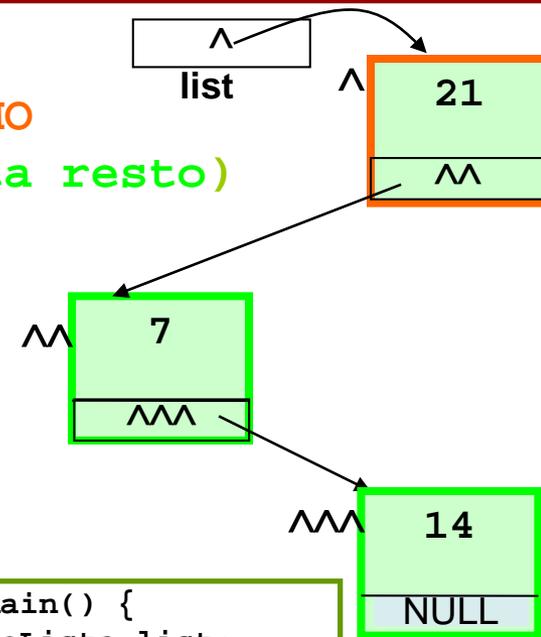
- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)

```

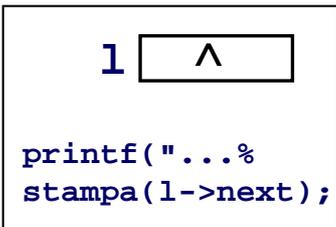
void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
    
```

```

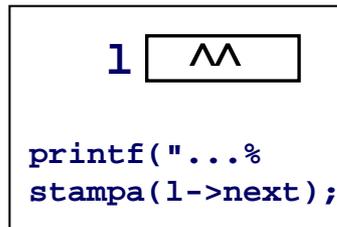
int main() {
    TipoLista list;
    ...
    stampaListaRic(list);
    ...
    return 0;
}
    
```



`stampa(list)`



`stampa(^^)`



OUTPUT 21 7 14

Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =`

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA} & \text{1) output PRIMO} \\ \text{NON VUOTA} & \text{2) STAMPA(lista resto)} \\ \text{senno`} & \text{NULLA} \end{array} \right.$$

```

void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
    
```

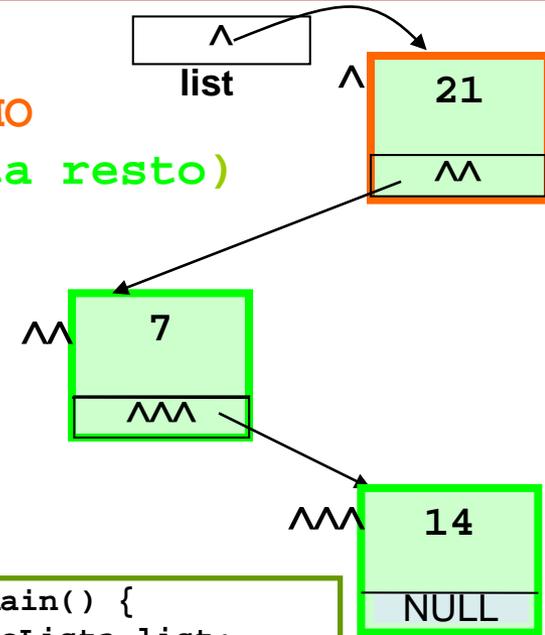
`stampa(list)`

```

l [ ^ ]

printf("...%
stampa(l->next);
    
```

- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)



```

int main() {
    TipoLista list;
    ...
    stampaListaRic(list);
    ...
    return 0;
}
    
```

OUTPUT

21

7

14

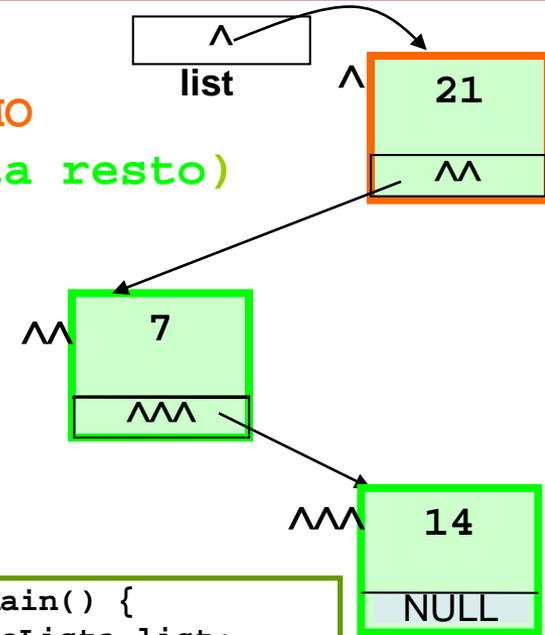
Stampa ricorsiva di una lista

`STAMPA(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{senno} \quad \text{NULLA} \end{array} \right.$

- 1) output PRIMO
- 2) STAMPA(lista resto)

```
void stampaListaRic (TipoLista l) {  
    if (l) {  
        /* stampaElem(l->info); */  
        printf("...%d...", l->info);  
        stampaListaRic(l->next);  
    }  
    return;  
}
```

```
int main() {  
    TipoLista list;  
    ...  
    stampaListaRic(list);  
    ...  
    return 0;  
}
```



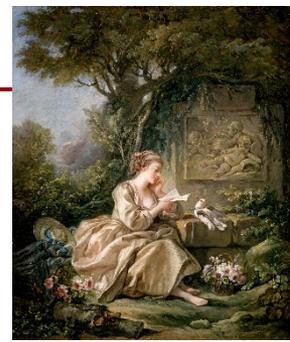
OUTPUT

21

7

14

Stampa ricorsiva di una lista - con messaggio?



`STAMPA(LISTA) =` $\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA} & \text{1) stampa PRIMO} \\ \text{NON VUOTA} & \text{2) STAMPA(lista resto)} \\ \\ \text{senno`} & \text{stampa "la lista e` VUOTA"?} \end{array} \right.$

```
void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {        printf("...%d...", l->info);
                    stampaListaRic(l->next);
    }
    else printf("Oh, la lista e` VUOTA");
return;
}
```



`stampaListaRic(list)`

1 ^

```
printf("...%
stampa(l->next);
```

😊 rda?

OUTPUT

Stampa ricorsiva di una lista - con messaggio?

`STAMPA(LISTA) =`

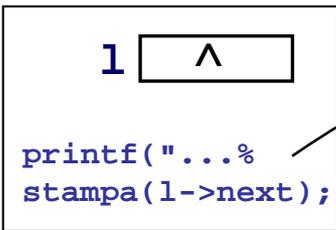
$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA NON VUOTA} & \begin{array}{l} 1) \text{ stampa PRIMO} \\ 2) \text{ STAMPA(lista resto)} \end{array} \\ \text{senno`} & \boxed{\text{stampa "la lista e` VUOTA?"}} \end{array} \right.$$

```

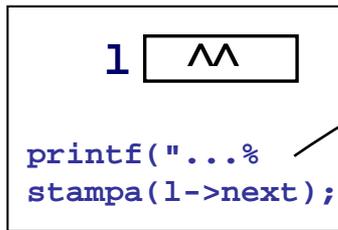
void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    else printf("oh, la lista e` vuota");
return;
}
    
```

meglio non mettere messaggi

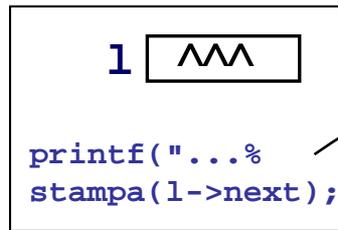
`stampa(list)`



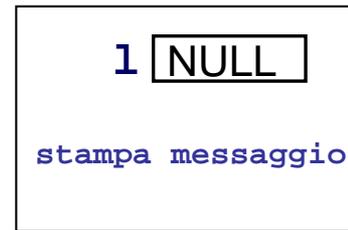
`stampa(^^)`



`stampa(^^^)`



`stampa(NULL)`



OUTPUT
21
7
14
~~Oh, la lista e` VUOTA~~

Stampa ricorsiva di una lista - con messaggio?



STAMPA (

```
void s  
  if (  
  }  
  else  
  return  
}
```

stampa (

```
1  
  
printf("  
stampa(1-
```

```
) stampa PRIMO  
) STAMPA(lista resto)
```

"la lista e` VUOTA"?

```
{  
  l->info);  
  next);
```

meglio non mettere messaggi

stampa(^^^)

```
1 [ ^^^ ]  
  
printf("...%  
stampa(1->next);
```

stampa (NULL.)



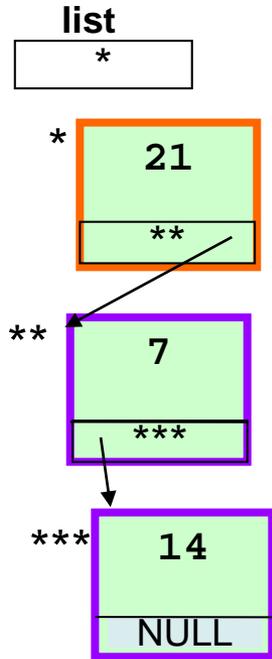
OUTPUT 21 7 14 ~~Lista VUOTA~~

Stampa ricorsiva di una lista

STAMPA(LISTA) = AL CONTRARIO $\left\{ \begin{array}{ll} \text{se LISTA NON VUOTA} & \begin{array}{l} 1) \text{ STAMPA(lista resto)} \\ 2) \text{ stampa PRIMO} \end{array} \\ \text{senno} \quad \quad \quad & \text{NULLA} \end{array} \right.$

```
void stampaListaRic2 (TipoLista l) {
    if (l) {
        stampaListaRic(l->next);
        printf("...%d...", l->info);
    }
    return;
}
```

```
void stampaListaRic (TipoLista l) {
    if (l) {
        /* stampaElem(l->info); */
        printf("...%d...", l->info);
        stampaListaRic(l->next);
    }
    return;
}
```

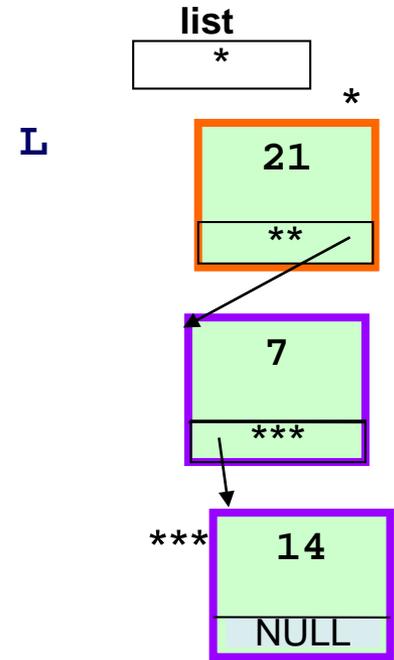


OUTPUT

Calcolo del numero di nodi di una lista

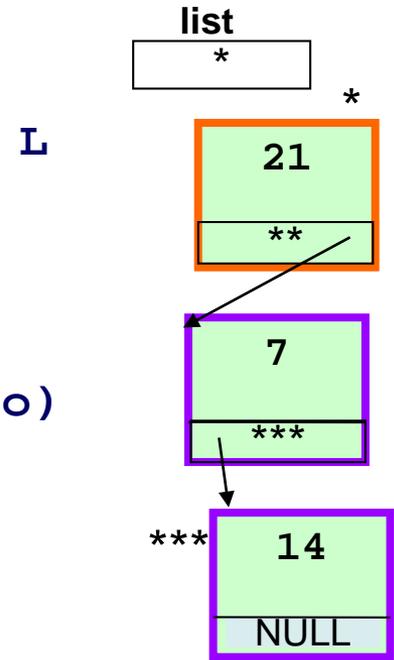
una lista non vuota ha almeno un elemento (+ quelli della lista resto)

`numNodi(L) =` $\left\{ \begin{array}{ll} \text{se } L & \text{return what?} \\ \text{NON VUOTA} & \\ \text{senno`} & \text{return what?} \end{array} \right.$



Calcolo del numero di nodi di una lista

una lista non vuota ha almeno un elemento (+ quelli della lista resto)

$$\text{numNodi}(L) = \begin{cases} \text{se } L & \text{return} \\ \text{NON VUOTA} & 1 + \text{numNodi}(\text{listaresto}) \\ \text{senno' } & \text{return } 0 \end{cases}$$


```
int numNodi (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (1 + numNodi(l->next));  
    else return 0;  
}
```

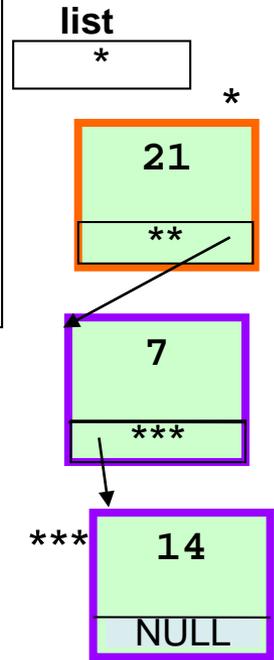
eseguire l'esecuzione simulata come per gli esempi precedenti (mostrando i RDA) !!

Calcolo del numero di nodi di una lista

```
int numNodi (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (1 + numNodi(l->next));  
    else return 0;  
}
```

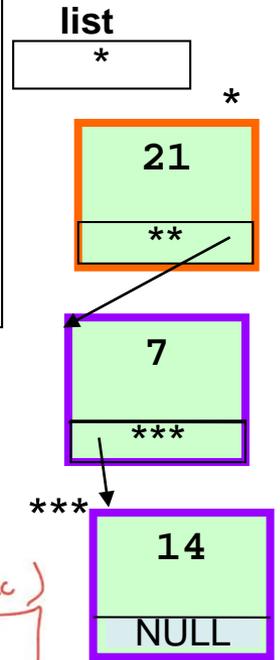
numNodi(list).....

RDA

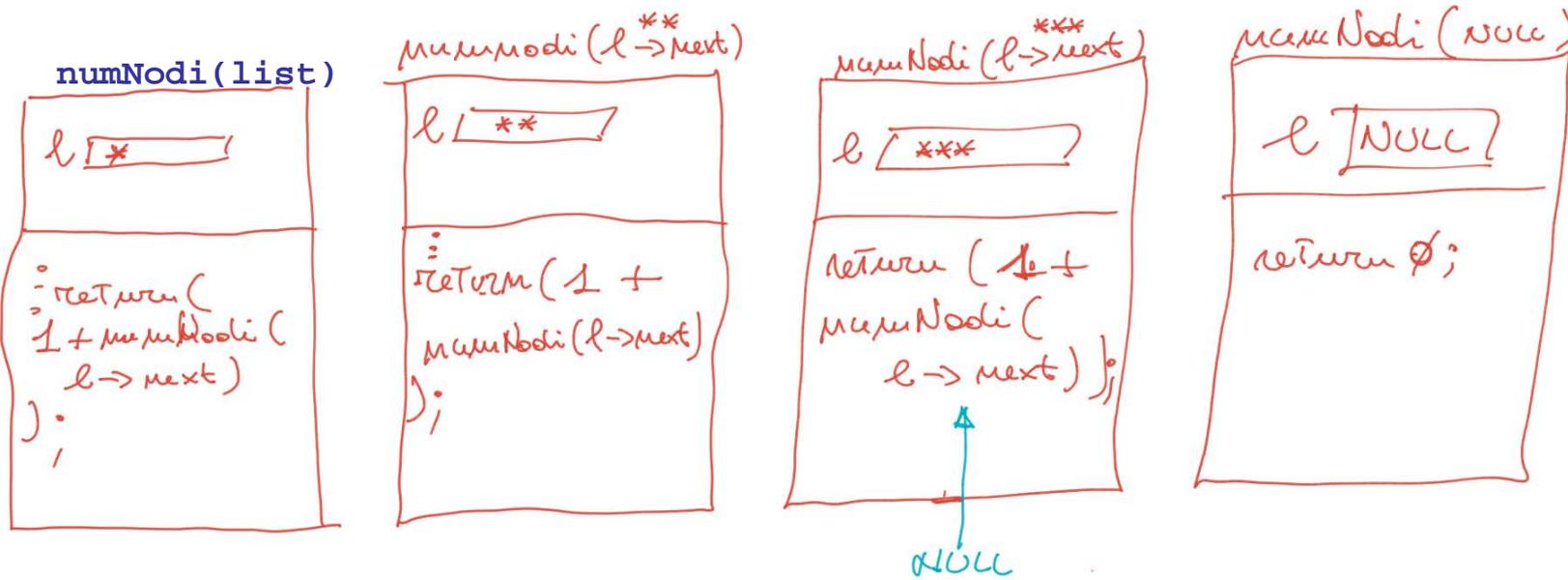


Calcolo del numero di nodi di una lista

```
int numNodi (TipoLista l) {
    if (l)
        return (1 + numNodi(l->next));
    else return 0;
}
```



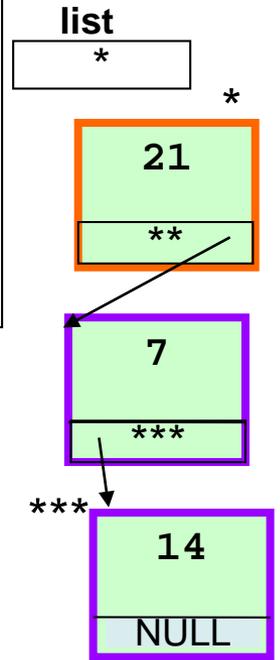
RDA



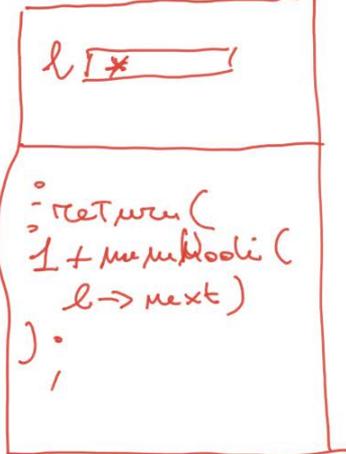
Calcolo del numero di nodi di una lista

```
int numNodi (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (1 + numNodi(l->next));  
    else return 0;  
}
```

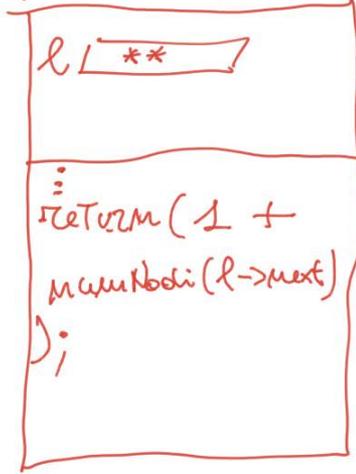
RDA



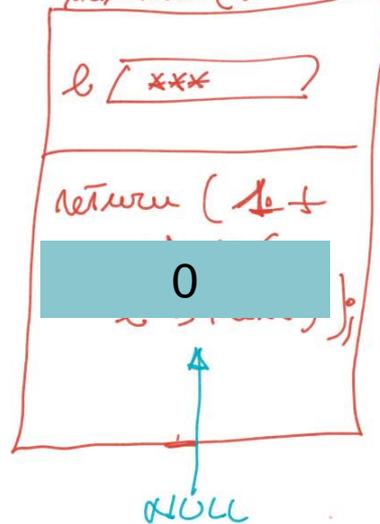
numNodi(list)



numNodi(l->next)



numNodi(l->next)

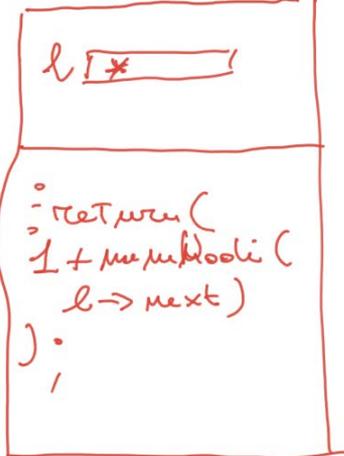


Calcolo del numero di nodi di una lista

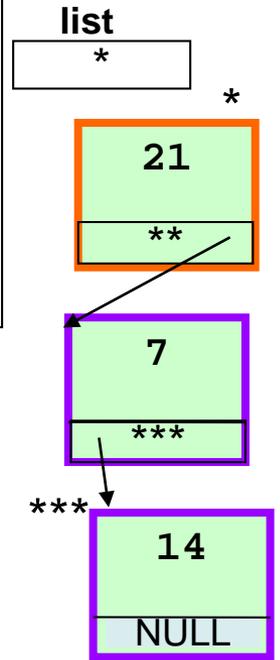
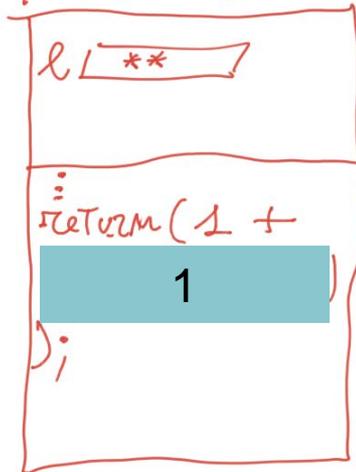
```
int numNodi (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (1 + numNodi(l->next));  
    else return 0;  
}
```

RDA

numNodi(list)



numNodi(l->next)

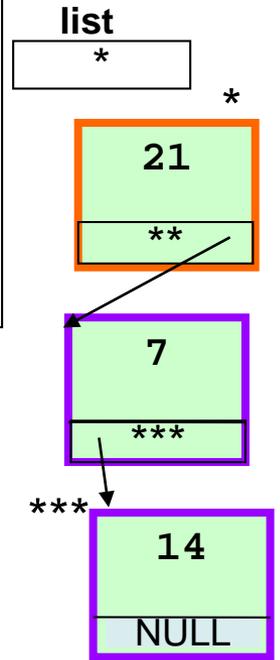
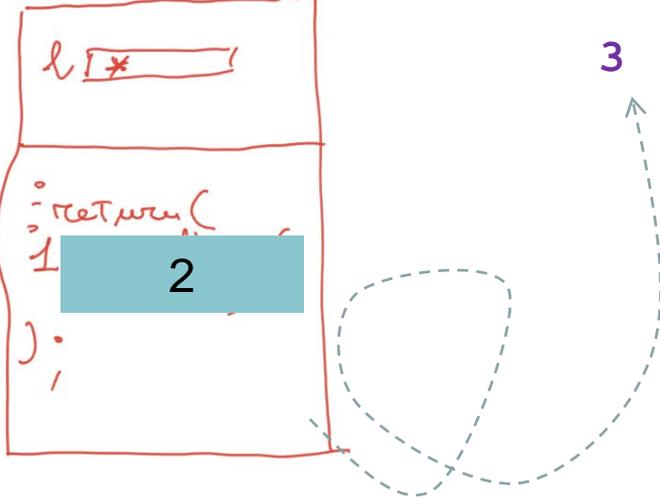


Calcolo del numero di nodi di una lista

```
int numNodi (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (1 + numNodi(l->next));  
    else return 0;  
}
```

RDA

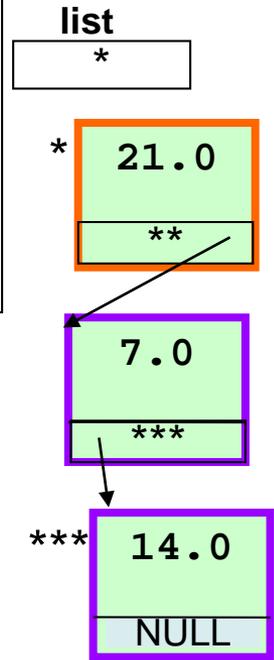
numNodi(list)



```
double ☺☺☺☺☺☺☺☺ (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (l->info + ☺☺☺☺☺☺☺☺(l->next));  
    else return 0.0;  
}
```

scrivere l'algoritmo

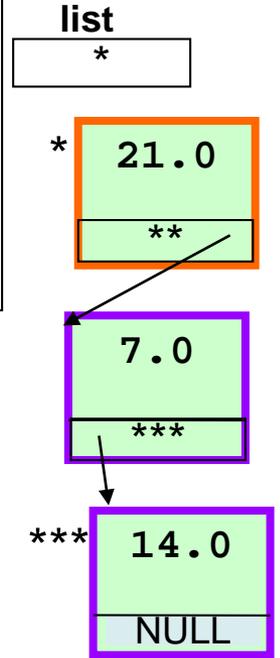
dare un nome alla
funzione



Calcolo somma elementi di una lista

```
double 😊😊😊😊😊😊😊😊😊😊 (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (l->info + 😊😊😊😊😊😊😊😊😊😊 (l->next));  
    else return 0.0;  
}
```

algoritmo?

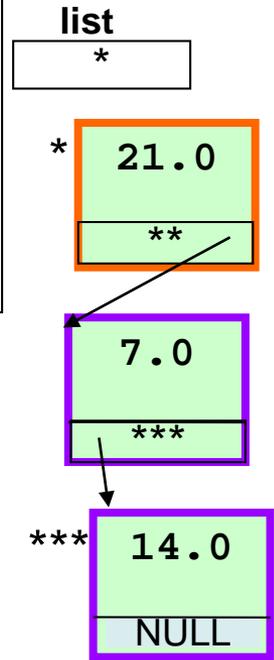


$$\text{😊}(L) = \begin{cases} L \text{ VUOTA} & 0.0 \\ \neq \text{VUOTA} & \text{primo} + \text{😊}(\text{restolista}) \end{cases}$$

Calcolo somma elementi di una lista

```
double sommaElementi (TipoLista l) {  
    if (l)  
        return (l->info + sommaElementi(l->next));  
    else return 0.0;  
}
```

algoritmo?



SOMMAEL(LISTA) =

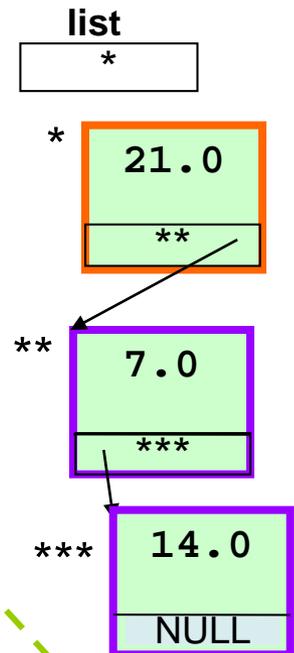
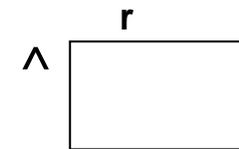
$$\begin{cases} \text{SE LISTA NON VUOTA} & \text{return (PRIMO + SOMMAEL(LISTARESTO))} \\ \text{ELSE} & \\ \text{LISTA} = \emptyset & 0.0 \end{cases}$$

Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 1/2

Invece di fornire la somma come risultato, la si gestisce come parametro di output, passato attraverso tutte le chiamate ricorsive

```
int main() {
    TipoElem r;    TipoLista list;
    ... Azzera r ...
    sommaElementi (list, &r);
    ...
    return 0;
}
```

memoria



side effect

sommaElementi (LISTA, ELEM) =

= {
 se LISTA NON VUOTA - aggiungi primo a ELEM;
 - sommaElementi (LISTARESTO, ELEM)
 senno' return e basta

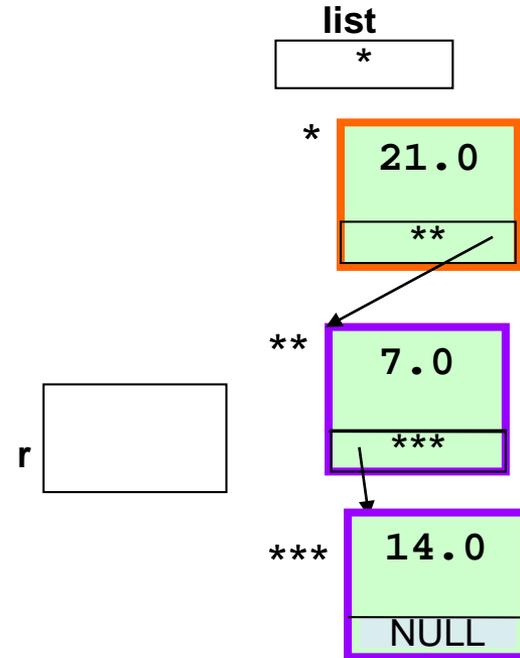
Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

`sommaElementi(LISTA, ELEM) =`

`=` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA NON VUOTA} \\ \text{senno`} \end{array} \right. \begin{array}{l} - \text{ aggiungi primo a ELEM;} \\ - \text{ sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)} \end{array}$

```
void sommaElementi (
    if (1) {
    }
return;
}
```

es. somma su lista di punti



`sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)`

`sommaElementi(list, &r)`

Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

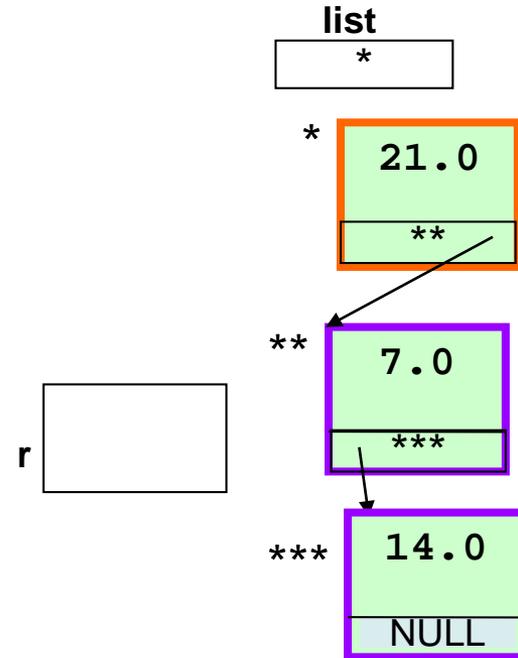
`sommaElementi(LISTA, ELEM) =`

`=` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA NON} \\ \text{VUOTA} \end{array} \right. \begin{array}{l} - \text{ aggiungi primo a ELEM;} \\ - \text{ sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)} \end{array}$

`senno``

```
void sommaElementi (TipoLista l,
                    ) {
    if (l) {
    }
    return;
}
```

es. somma
su lista di
punti



`sommaElementi(list, &r)`

Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

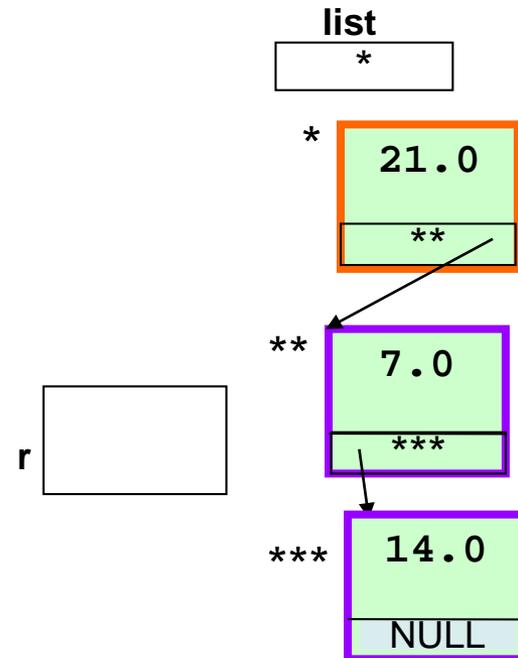
`sommaElementi(LISTA, ELEM) =`

`=` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA NON} \\ \text{VUOTA} \end{array} \right. \begin{array}{l} - \text{ aggiungi primo a ELEM;} \\ - \text{ sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)} \end{array}$

`senno``

```
void sommaElementi (TipoLista l,
                    TipoElem * pel){
    if (l) {
    }
    return;
}
```

es. somma
su lista di
punti



`sommaElementi(list, &r)`

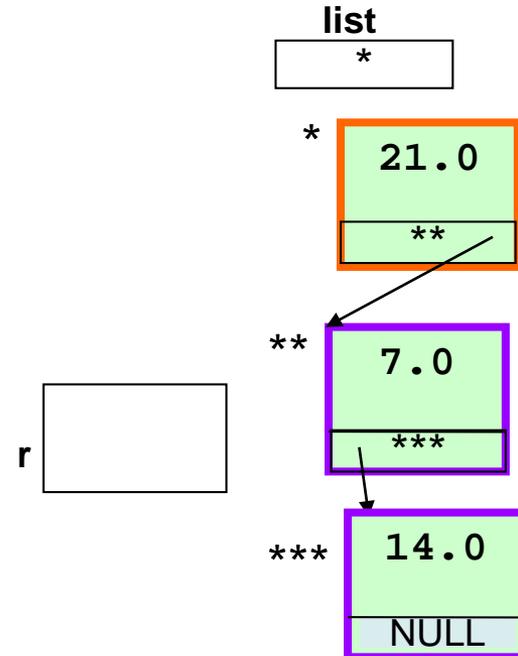
Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

`sommaElementi(LISTA, ELEM) =`

`=` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA NON VUOTA} \\ \text{senno`} \end{array} \right. \begin{array}{l} - \text{ aggiungi primo a ELEM;} \\ - \text{ sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)} \end{array}$

```
void sommaElementi (TipoLista l,
                    TipoElem * pel){
    if (l) {
        aggiungi (l->info, pel);
    }
    return;
}
```

es. somma
su lista di
punti



`sommaElementi(list, &r)`

Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

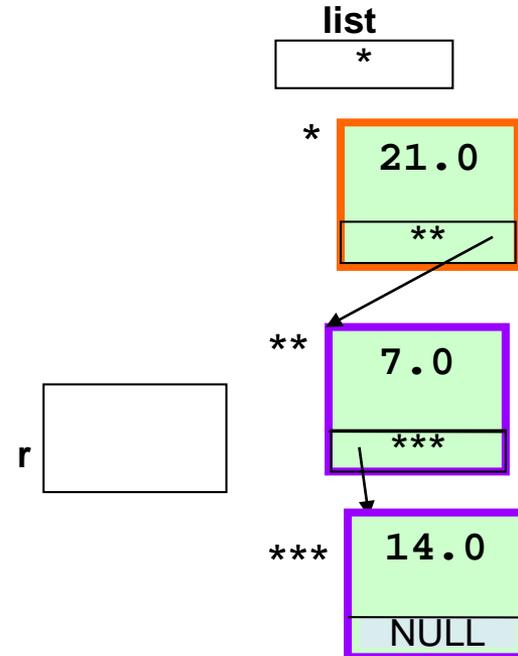
`sommaElementi(LISTA, ELEM) =`

`=` $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA NON} \\ \text{VUOTA} \end{array} \right. \begin{array}{l} - \text{ aggiungi primo a ELEM;} \\ - \text{ sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)} \end{array}$

`senno``

```
void sommaElementi (TipoLista l,
                    TipoElem * pel){
    if (l) {
        aggiungi (l->info, pel);
        sommaElementi(l->next, pel)
    }
    return;
}
```

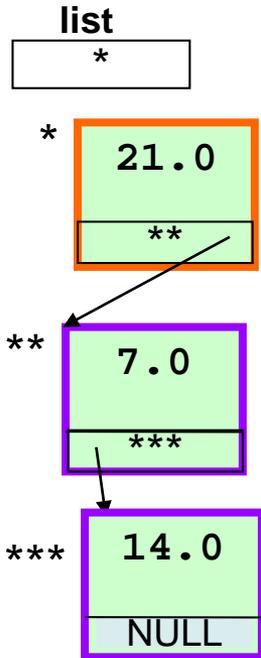
es. somma
su lista di
punti



`sommaElementi(list, &r)`

Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

es. somma su lista di punti



sommaElementi(LISTA, ELEM) =

```

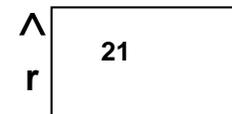
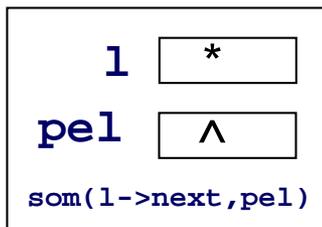
= {
  se LISTA NON VUOTA      - aggiungi primo a ELEM;
                           - sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)
  senno`                  return e basta
}
    
```

```

void sommaElementi (TipoLista l,
                   TipoElem * pel){
  if (l) {
    aggiungi (l->info, pel);
    sommaElementi(l->next, pel)
  }
  return;
}
    
```

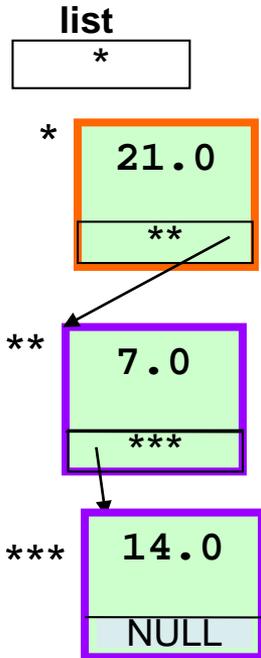
NB usiamo void aggiungi(TipoElem, TipoElem *)

somm(list, &r)



Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

es. somma su lista di punti



sommaElementi(LISTA, ELEM) =

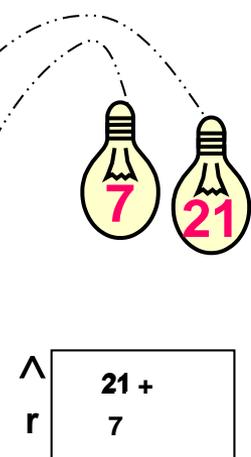
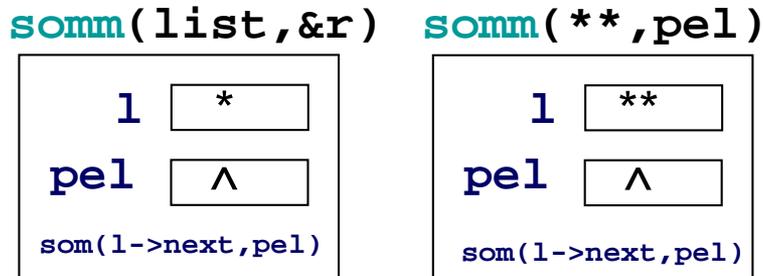
```

= {
  se LISTA NON VUOTA      - aggiungi primo a ELEM;
                           - sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)
  senno`                  return e basta
}
    
```

```

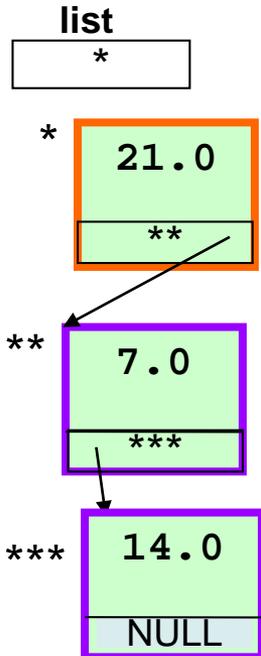
void sommaElementi (TipoLista l,
                   TipoElem * pel){
  if (l) {
    aggiungi (l->info, pel);
    sommaElementi(l->next, pel)
  }
  return;
}
    
```

NB usiamo void aggiungi(TipoElem, TipoElem *)



Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

es. somma su lista di punti



`sommaElementi(LISTA, ELEM) =`

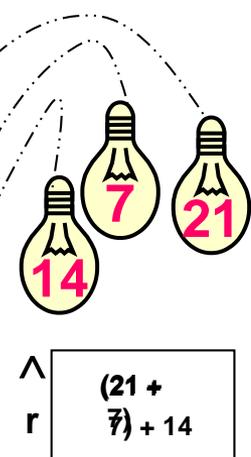
```

= {
  se LISTA NON VUOTA      - aggiungi primo a ELEM;
                           - sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)
  senno`                  return e basta
}
    
```

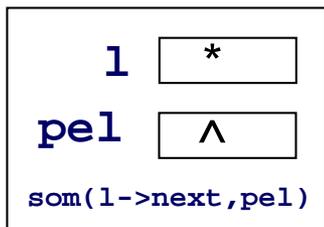
```

void sommaElementi (TipoLista l,
                   TipoElem * pel){
  if (l) {
    aggiungi (l->info, pel);
    sommaElementi(l->next, pel)
  }
  return;
}
    
```

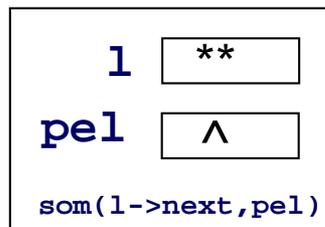
NB usiamo void aggiungi(TipoElem, TipoElem *)



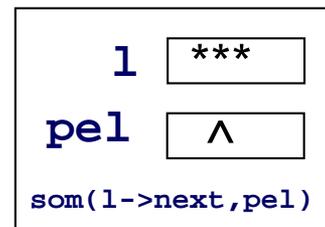
`somm(list, &r)`



`somm(**, pel)`

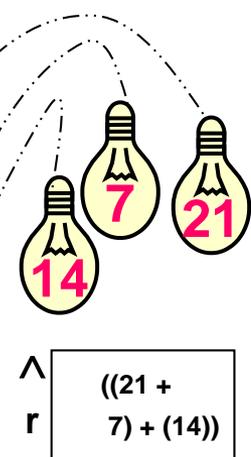
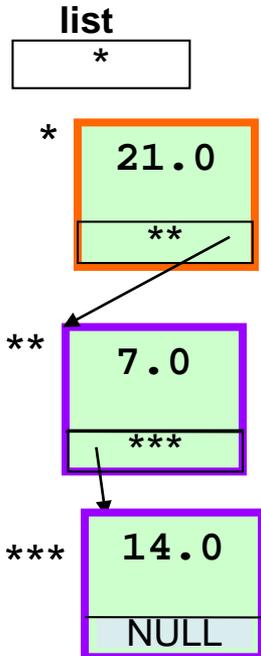


`somm(***, ^)`



Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

es. somma su lista di punti



sommaElementi(LISTA, ELEM) =

```

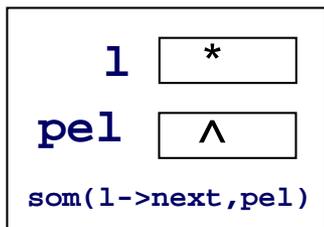
= {
  se LISTA NON VUOTA      - aggiungi primo a ELEM;
                           - sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)
  senno`                  return e basta
}
    
```

```

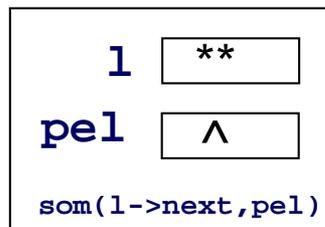
void sommaElementi (TipoLista l,
                   TipoElem * pel){
  if (l) {
    aggiungi (l->info, pel);
    sommaElementi(l->next, pel)
  }
  return;
}
    
```

NB usiamo void aggiungi(TipoElem, TipoElem *)

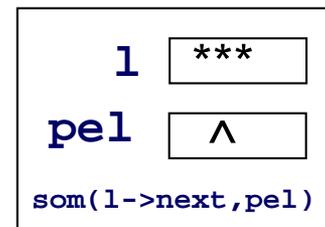
somm(list, &r)



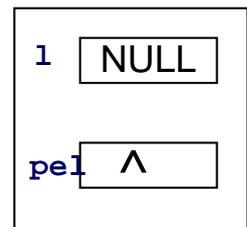
somm(**, pel)



somm(***, ^)

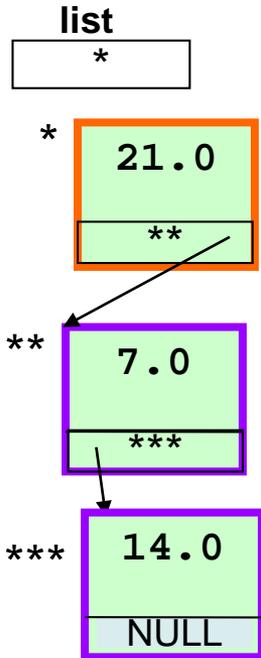


somm(NULL, ^)



Calcolo somma elementi (ALTERNATIVA) 2/2

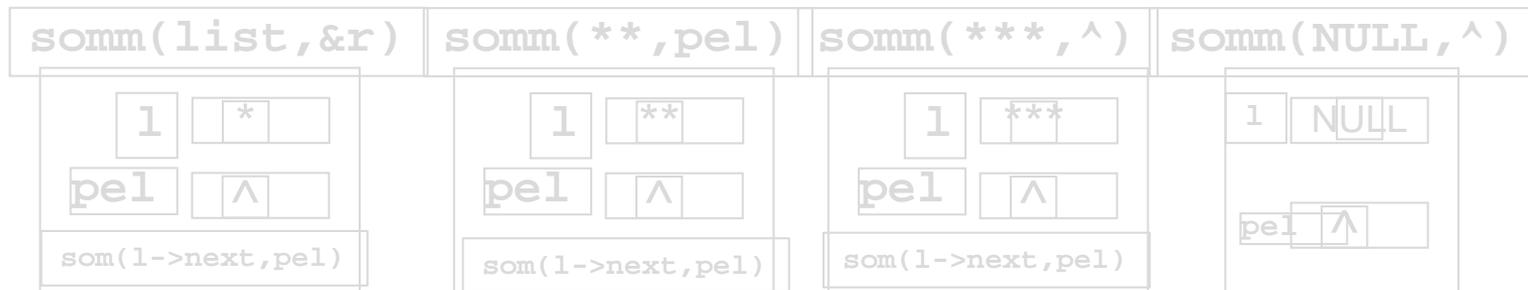
es. somma su lista di punti



sommaElementi(LISTA, ELEM) =

= {
 se LISTA NON VUOTA - aggiungi primo a ELEM;
 - sommaElementi(LISTARESTO, ELEM)
 senno` return e basta

```
void sommaElementi (TipoLista l,
                    TipoElem * pel){
    if (l) {
        aggiungi (l->info, pel);
        sommaElementi(l->next, pel)
    }
    return;
}
```



Calcolo media elementi in lista (1/3)

(TipoElem = int)

funzione non ricorsiva: restituisce direttamente la media, data la lista (per evitare che l'utilizzatore della funzione debba eseguire chiamate "innaturalmente complicate")

le due variabili locali di mediaLista() vengono passate (tramite INDIRIZZO) alla funzione calcola() che eseguirà su di loro dei side effect, in modo che al ritorno da questa chiamata di calcola() le due variabili locali di mediaLista() contengano i valori della somma complessiva dei nodi della lista e del numero di nodi in lista, necessari per calcolare la media

```
float mediaLista (TipoLista l) {  
  
    int somma=0, numeroNodi=0;  
  
    calcola (l, &somma, &numeroNodi);  
  
}
```

Calcolo media elementi in lista (1/3)

(TipoElem = int)

funzione non ricorsiva: restituisce direttamente la media, data la lista (per evitare che l'utilizzatore della funzione debba eseguire chiamate "innaturalmente complicate")

```
float mediaLista (TipoLista l) {  
  
    int somma=0, numeroNodi=0;  
  
    calcola (l, &somma, &numeroNodi);  
    if (numeroNodi)  
        return (float)somma / numeroNodi;  
    else return 0.0;  
}
```

Calcolo media elementi in lista (1/3)

(TipoElem = int)

funzione non ricorsiva: restituisce direttamente la media, data la lista (per evitare che l'utilizzatore della funzione debba eseguire chiamate "innaturalmente complicate")

le due variabili locali di mediaLista() vengono passate (tramite INDIRIZZO) alla funzione calcola() che eseguirà su di loro dei side effect, in modo che al ritorno da questa chiamata di calcola() le due variabili locali di mediaLista() contengano i valori della somma complessiva dei nodi della lista e del numero di nodi in lista, necessari per calcolare la media

```
float mediaLista (TipoLista l) {  
  
    int somma=0, numeroNodi=0;  
  
    calcola (l, &somma, &numeroNodi);  
    if (numeroNodi)   
        return (float)somma / numeroNodi;  
    else return 0.0;  
}
```

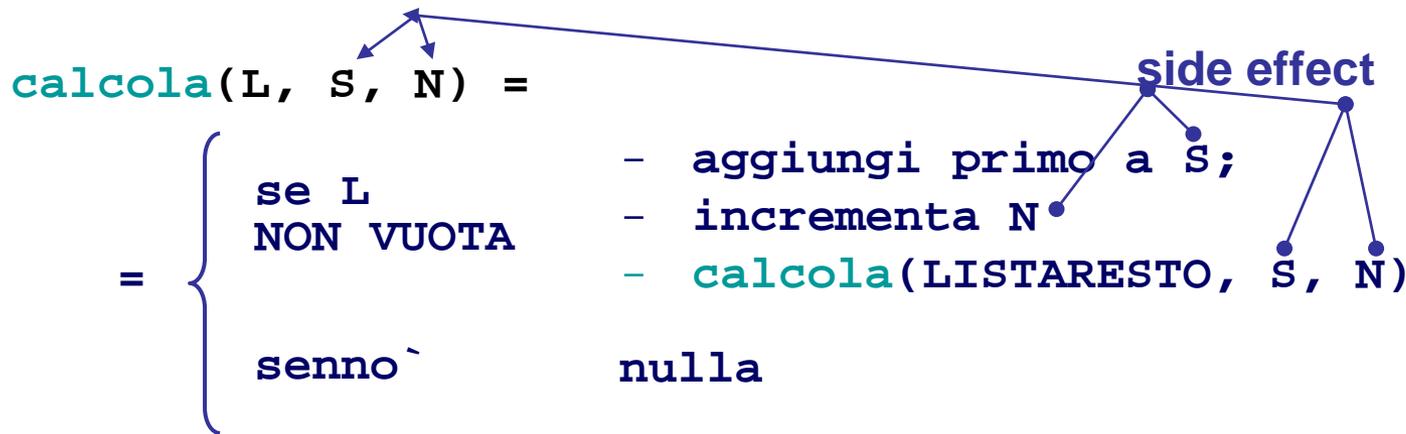
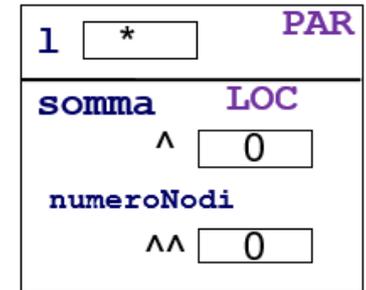
se numeroNodi è
diverso da zero ...

NB come noto, la media è un
double (o float) per ottenerlo
da due interi bisogna che
almeno una delle due
sottoespressioni della divisione
sia un double (o float)

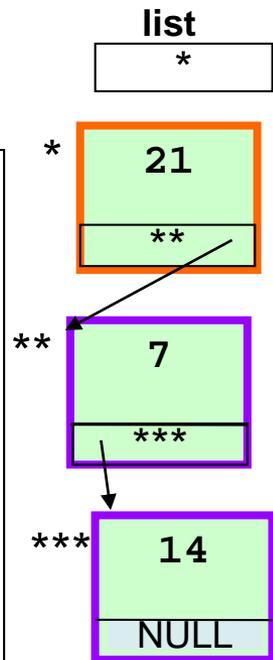
Calcolo media elementi in lista (2/3)

`calcola(l, &somma, &numeroNodi)` viene richiamata da `mediaLista()` per assegnare `somma` e `numeroNodi` e permettere il calcolo della media

`mediaLista(list)`



```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {
    if (l) {
        *pS += l->info;
        *pN += 1;
        calcola(l->next, pS, pN);
    }
    return;
}
```



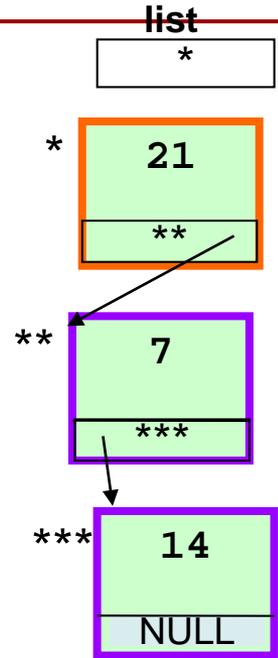
Calcolo media elementi in lista (3/3)

```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {  
    if (l) {  
        *pS += l->info;  
        *pN += 1;  
        calcola(l->next, pS, pN);  
    }  
    return;}  
}
```

vedi commenti alla fine

mediaLista(list)

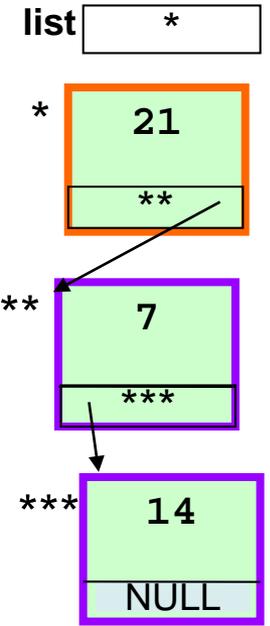
l	*	PAR
somma	^	LOC
		21
numeroNodi	^	
		1



Calcolo media elementi in lista (3/3)

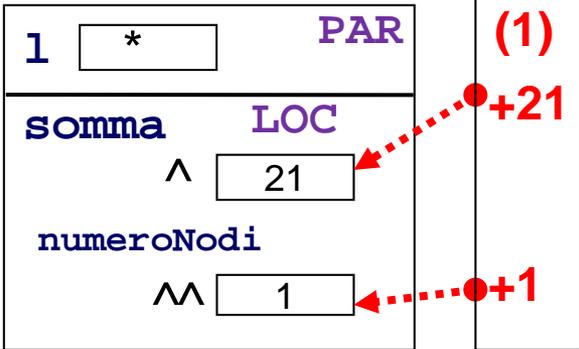
```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {
    if (l) {
        *pS += l->info;
        *pN += 1;
        calcola(l->next, pS, pN);
    }
    return;}

```

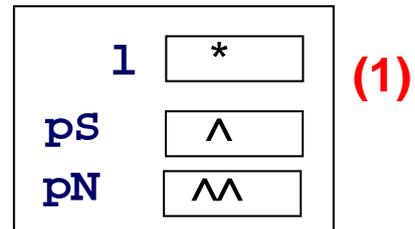


vedi commenti alla fine

mediaLista(list)



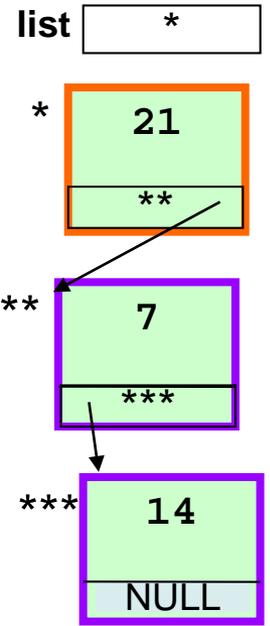
calc(l, &somma, &numeroNodi)



Calcolo media elementi in lista (3/3)

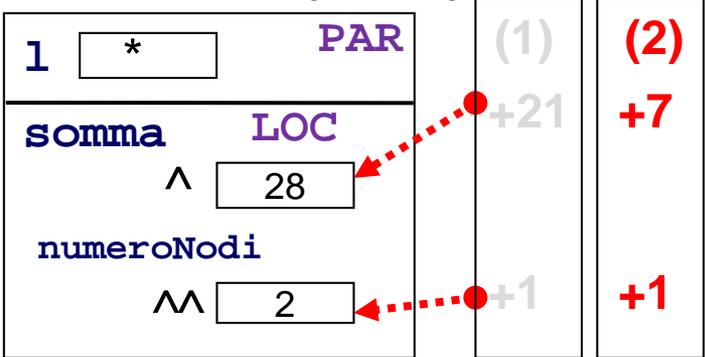
```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {
    if (l) {
        *pS += l->info;
        *pN += 1;
        calcola(l->next, pS, pN);
    }
    return;}

```

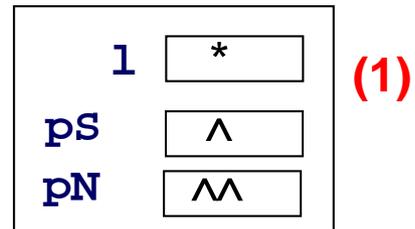


vedi commenti alla fine

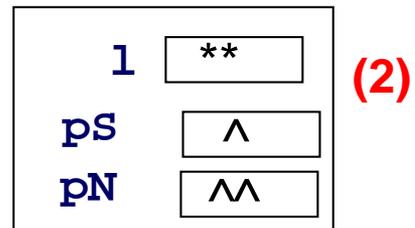
mediaLista(list)



calc(l, &somma, &numeroNodi)



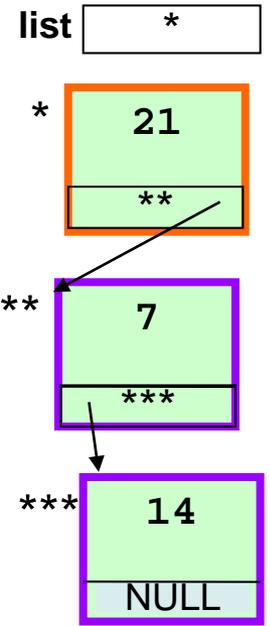
calc(**, ^, ^^)



Calcolo media elementi in lista (3/3)

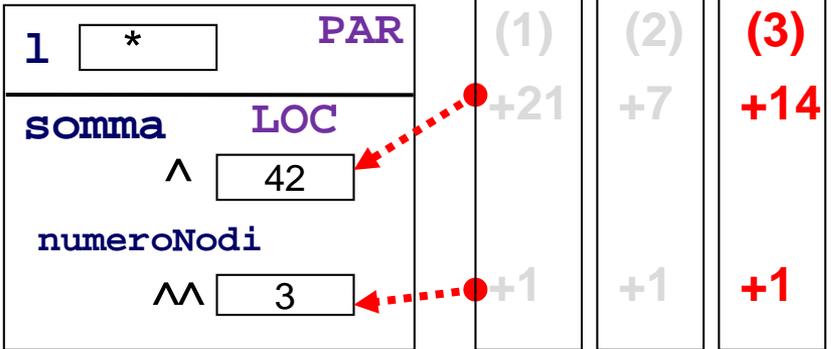
```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {
    if (l) {
        *pS += l->info;
        *pN += 1;
        calcola(l->next, pS, pN);
    }
    return;}

```

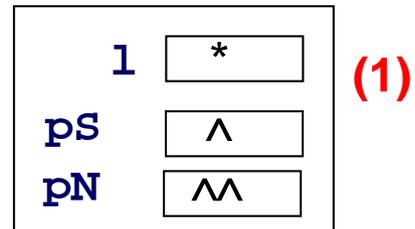


vedi commenti alla fine

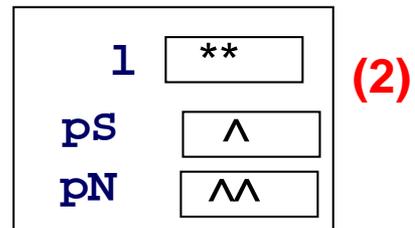
mediaLista(list)



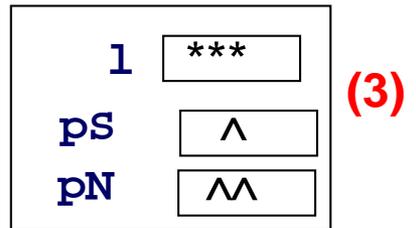
calc(l, &somma, &numeroNodi)



calc(**, ^, ^^)



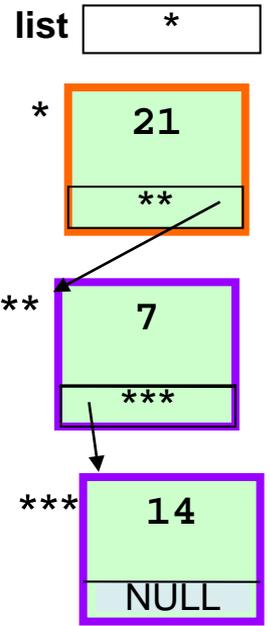
calc(***, ^, ^^)



Calcolo media elementi in lista (3/3)

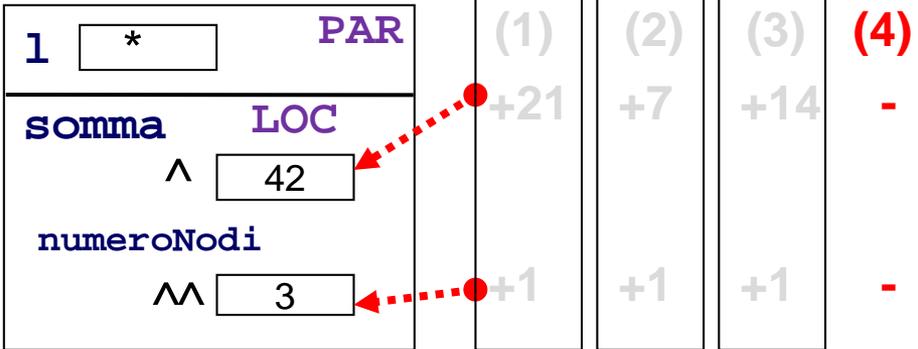
```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {
    if (l) {
        *pS += l->info;
        *pN += 1;
        calcola(l->next, pS, pN);
    }
    return;}

```

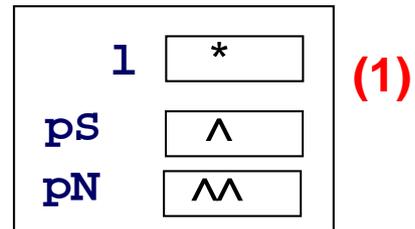


vedi commenti nella prossima slide

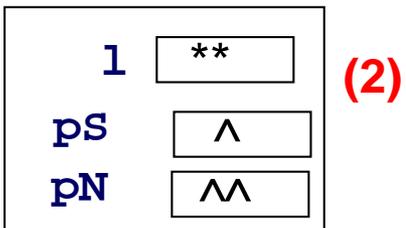
mediaLista(list)



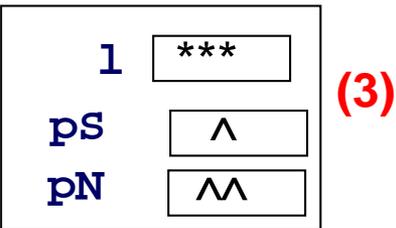
calc(l, &somma, &numeroNodi)



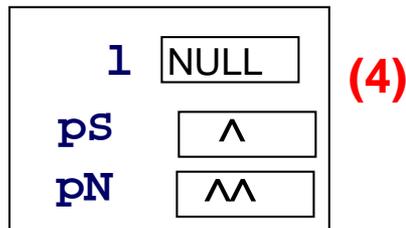
calc(**, ^, ^^)



calc(***, ^, ^^)



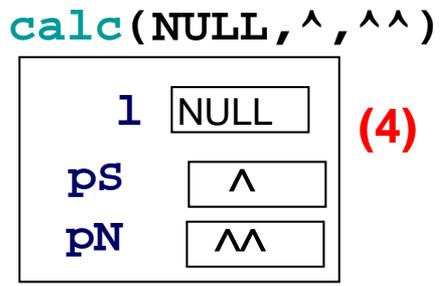
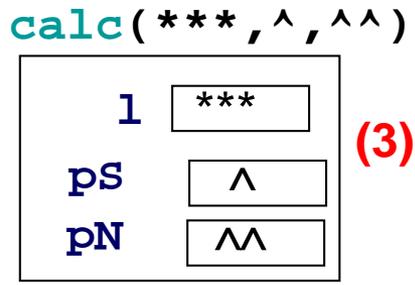
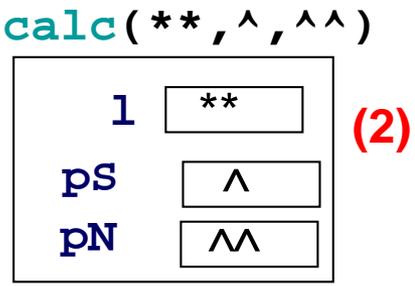
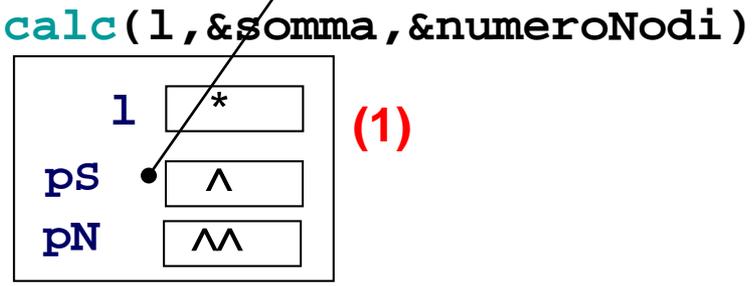
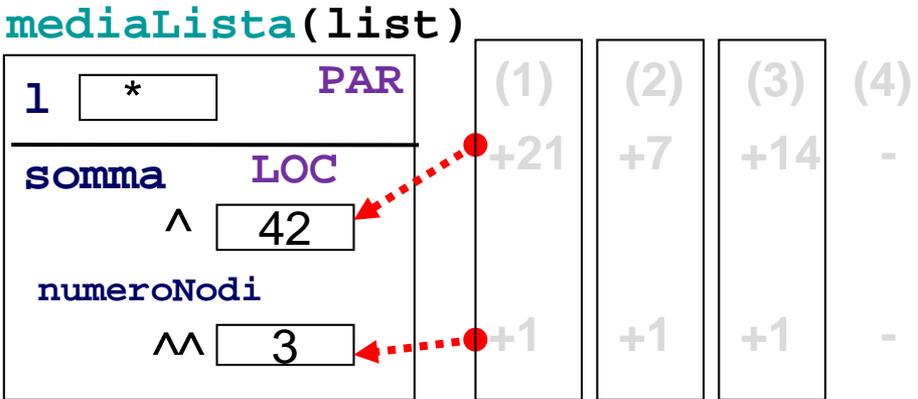
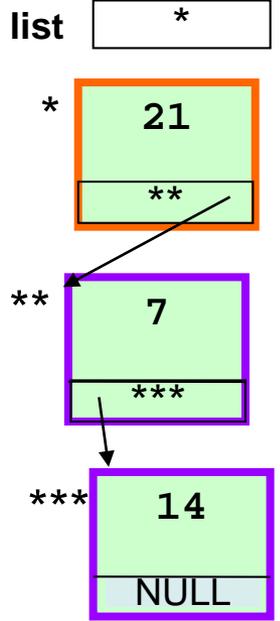
calc(NULL, ^, ^^)



Calcolo media elementi in lista (3/3)

```
void calcola (TipoLista l, int *pS, int *pN) {
    if (l) {
        *pS += l->info;
        *pN += 1;
        calcola(l->next, pS, pN);
    }
    return;
}
```

NB pS è il medesimo indirizzo ricevuto dalla funzione; si tratta dell'indirizzo di somma (locazione appartenente a mediaLista).
 Se questa chiamata di calcola avesse &pS come parametro attuale, sarebbe sbagliato perché &pS è l'indirizzo della locazione pS nel RDA attivo.
 Se questa chiamata di calcola avesse *pS come parametro attuale, sarebbe sbagliato, perché *pS è il contenuto della locazione puntata da pS, cioè il valore di somma (0 nella prima chiamata.)



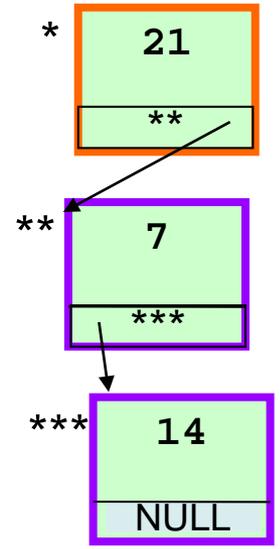
Eliminazione ricorsiva (1/3)

N.B. side effect su punt. iniziale
o sul punt. iniziale di una lista resto

`elimina(ELEM, L)`

= { se LISTA NON VUOTA } se 1° da elim.
 { else }
 { LISTA VUOTA } NULLA

list
*



Eliminazione ricorsiva (1/3)

N.B. side effect su punt. iniziale
o sul punt. iniziale di una lista resto

`elimina(ELEM, L)`

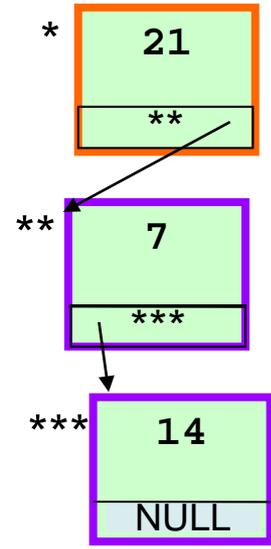
= { se LISTA NON VUOTA } { se 1° da elim. }
= { LISTA VUOTA } { NULLA }

elimina 1°

side effect

(su list - cioe' su *plis - o su un campo next ...)

list
*



CHIAMATA: `eliminaListaRic(val, &list)`

Eliminazione ricorsiva (1/3)

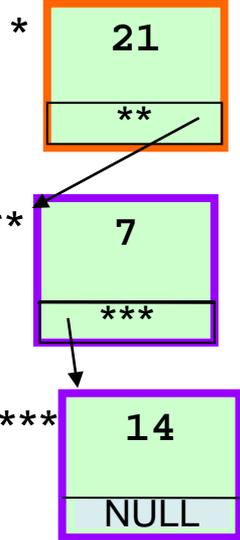
N.B. side effect su punt. iniziale
o sul punt. iniziale di una lista resto

`elimina(ELEM, L)`

= { se LISTA NON VUOTA { se 1° da elim. `elimina 1°`
else `elimina(ELEM, LISTARESTO)`
LISTA VUOTA NULLA

side effect
(su list - cioe' su *plis - o su un campo next ...)

list
*



CHIAMATA: `eliminaListaRic(val, &list)`

Eliminazione ricorsiva (1/3)

N.B. side effect su punt. iniziale
o sul punt. iniziale di una lista resto

`elimina(ELEM, L)`

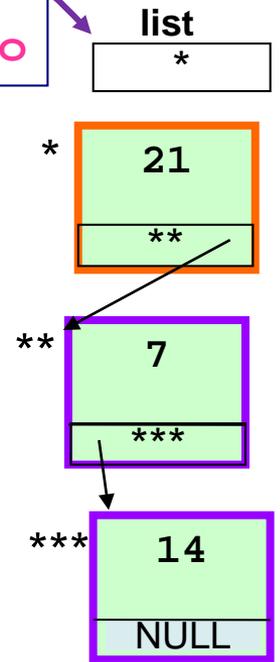
= {
 se LISTA
 NON VUOTA

 LISTA
 VUOTA

{
 se 1° da elim. elimina 1°
 else `elimina(ELEM, LISTARESTO)`

 NULLA

side effect
(su list - cioe' su *plis - o su un campo next ...)



CHIAMATA: `eliminaListaRic(val, &list)`

```
void eliminaListaRic (TipoElem elem, TipoLista *plis) {  
  
  TipoNode * pprimo; /* per eliminare il primo nel caso */  
  
  if (*plis) { /* lista non vuota */  
    if ( uguali((*plis)->info, elem) ) { /* primo da elim */  
      ... }  
  }  
  
  ...  
}
```

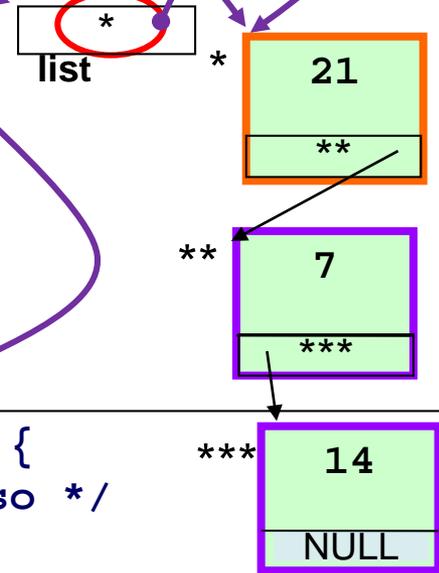
Eliminazione ricorsiva (2/3)

N.B. side effect su punt. iniziale o sul punt. iniziale di una lista resto

`elimina(ELEM, L)`

= $\left\{ \begin{array}{l} \text{se LISTA} \\ \text{NON VUOTA} \\ \\ \text{LISTA} \\ \text{VUOTA} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{se 1° da elim.} \quad \text{elimina 1°} \\ \\ \text{else } \text{elimina(ELEM, LISTARESTO)} \\ \\ \text{NULLA} \end{array} \right.$



```
void eliminaListaRic (TipoElem elem, TipoLista *plis) {  
    TipoNode * pprimo; /* per eliminare il primo nel caso */  
  
    if (*plis) { /* lista non vuota */  
        if ( uguali((*plis)->info, elem) ) {  
            pprimo = *plis;  
            *plis = (*plis)->next;  
            free(pprimo);  
        }  
  
        else eliminaListRic(elem, &((*plis)->next)) );  
    }  
  
    return;  
}
```

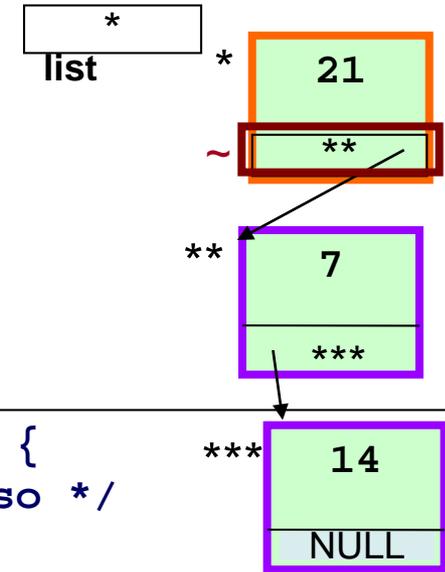
vedi commenti nella slide dopo

Eliminazione ricorsiva (2/3)

N.B. side effect su punt. iniziale o sul punt. iniziale di una lista resto

```

elimina(ELEM, L)
= {
  se LISTA NON VUOTA
  se 1° da elim.   elimina 1°
  else elimina(ELEM, LISTARESTO)
  LISTA VUOTA
  NULLA
}
    
```



```

void eliminaListaRic (TipoElem elem, TipoLista *plis) {
  TipoNode * pprimo; /* per eliminare il primo nel caso */

  if (*plis) { /* lista non vuota */
    if ( uguali((*plis)->info, elem) ) {
      pprimo = *plis;
      *plis = (*plis)->next;
      free(pprimo);
    }
    else eliminaListRic(elem, &((*plis)->next));
  }
  return;
}
    
```

ad esempio:
 *plis è il puntatore al nodo 21;
 allora (*plis)->next è la locazione
 di indirizzo ~ e noi passiamo l'indirizzo di questa
 locazione (~) alla prossima chiamata di elimina,
 cioè &(*plis)->next

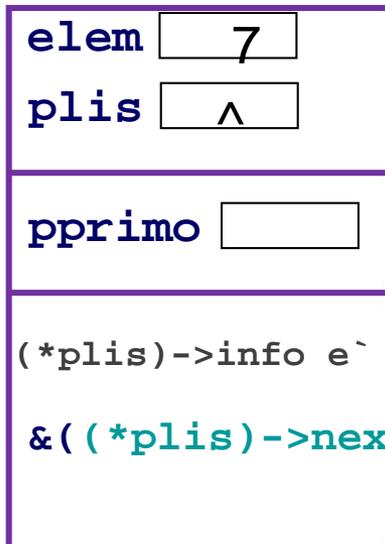
Eliminazione ricorsiva (3/3)

```
void eliminaListaRic (TipoElem elem, TipoLista *plis) {
  TipoNode * pprimo; /* per eliminare il primo nel caso */

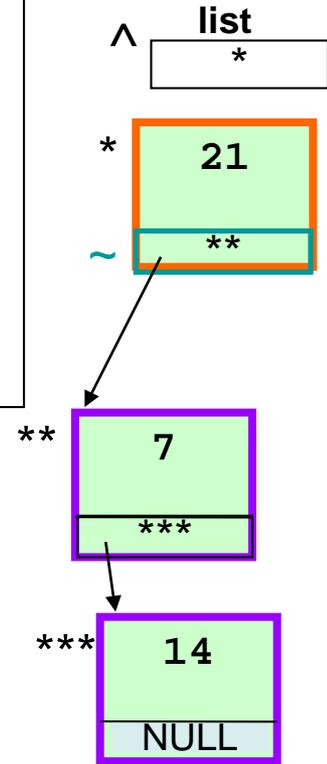
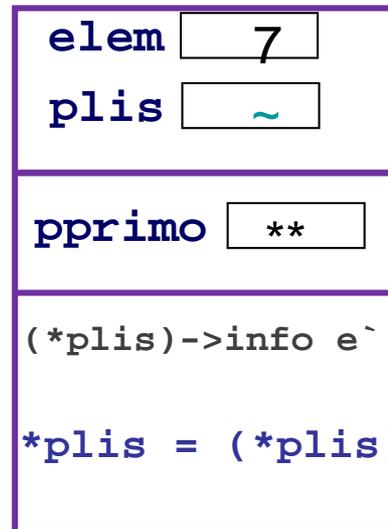
  if (*plis) {          /* lista non vuota */
    if ( uguali((*plis)->info, elem) ) {
      pprimo = *plis;
      *plis = (*plis)->next;
      free(pprimo);
    }
    else eliminaListRic(elem, &((*plis)->next) )
  }
  return;}

```

`elimina(7, &list)`



`elimina(7, ~)`



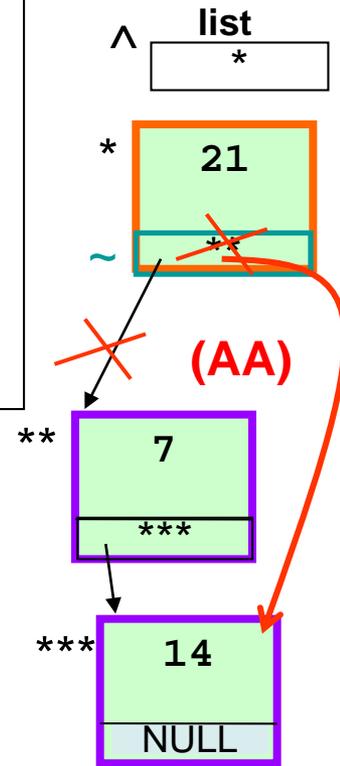
Eliminazione ricorsiva (3/3)

```

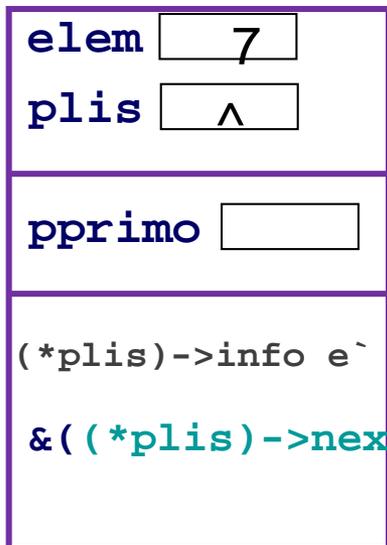
void eliminaListaRic (TipoElem elem, TipoLista *plis) {
  TipoNode * pprimo; /* per eliminare il primo nel caso */

  if (*plis) {          /* lista non vuota */
    if ( uguali((*plis)->info, elem) ) {
      pprimo = *plis;
      *plis = (*plis)->next;
      free(pprimo);
    }
    else eliminaListaRic(elem, &((*plis)->next) )
  }
  return;}

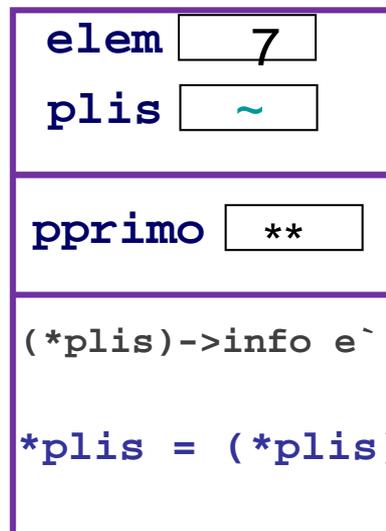
```



`elimina(7, &list)`



`elimina(7, ~)`



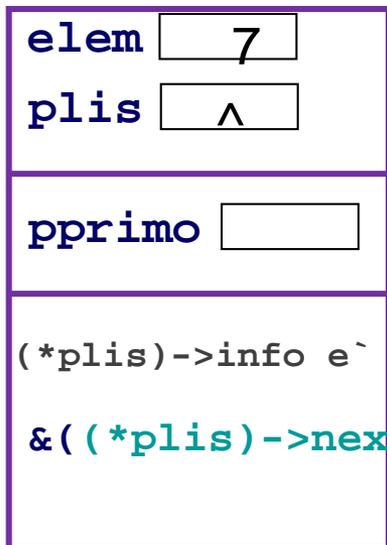
Eliminazione ricorsiva (3/3)

```
void eliminaListaRic (TipoElem elem, TipoLista *plis) {
  TipoNode * pprimo; /* per eliminare il primo nel caso */

  if (*plis) {          /* lista non vuota */
    if ( uguali((*plis)->info, elem) ) {
      pprimo = *plis;
      *plis = (*plis)->next;
      free(pprimo);
    }
    else eliminaListaRic(elem, &((*plis)->next) )
  }
  return;}

```

`elimina(7, &list)`



`elimina(7, ~)`

