Sintesi in Frequenza:

Sintesi per tentativi

L. Lanari

Dipartimento di Ingegneria Informatica

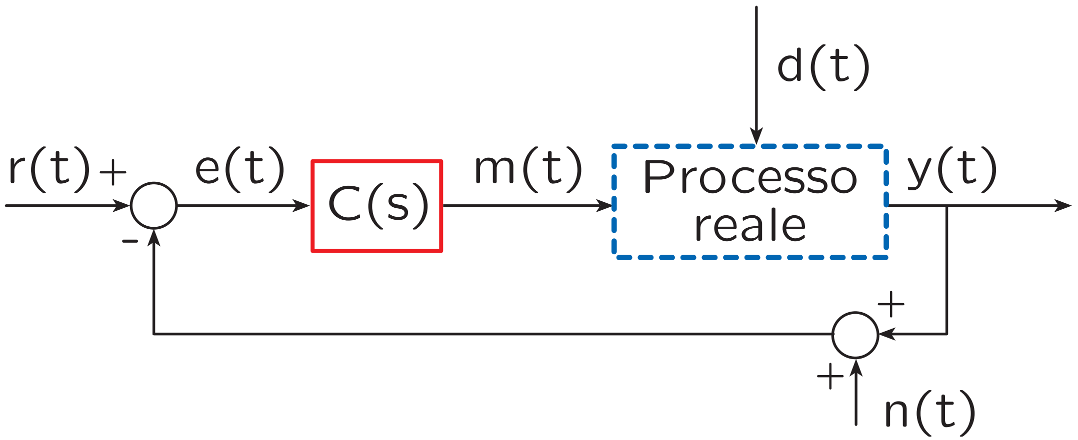
Automatica e Gestionale "Antonio Ruberti"

Università di Roma "La Sapienza"

Versione provvisoria – December 3, 2012

Considerazioni generali

Generico sistema di controllo a retroazione

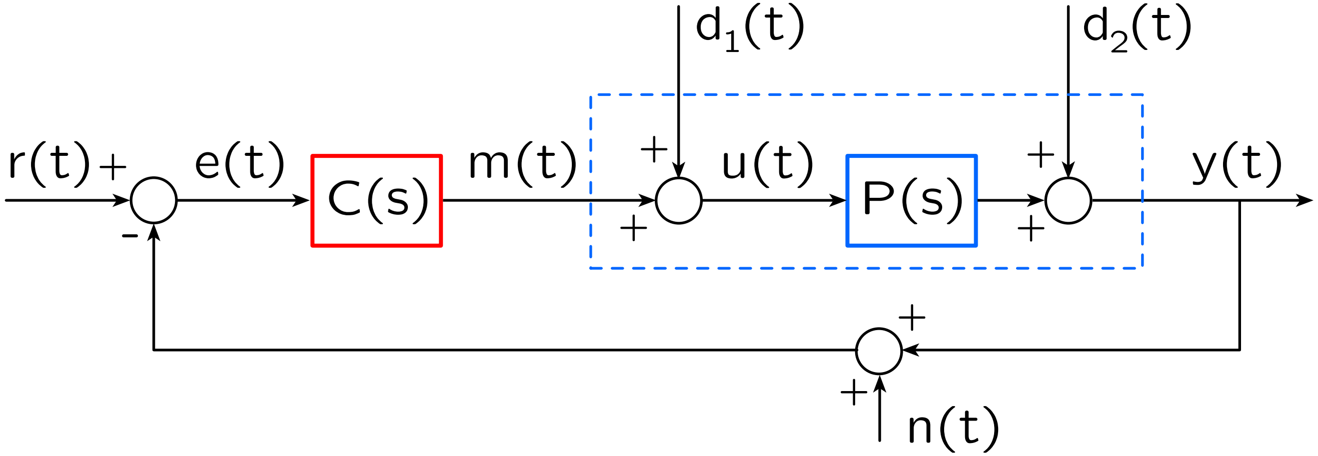


con

- $r(t)$ riferimento
- $y(t)$ variabile controllata
- $m(t)$ ingresso di controllo
- $d(t)$ disturbo agente sul processo (es. disturbo sull'attuatore)
- $n(t)$ disturbo sul ramo di reazione (es. disturbo sul trasduttore)

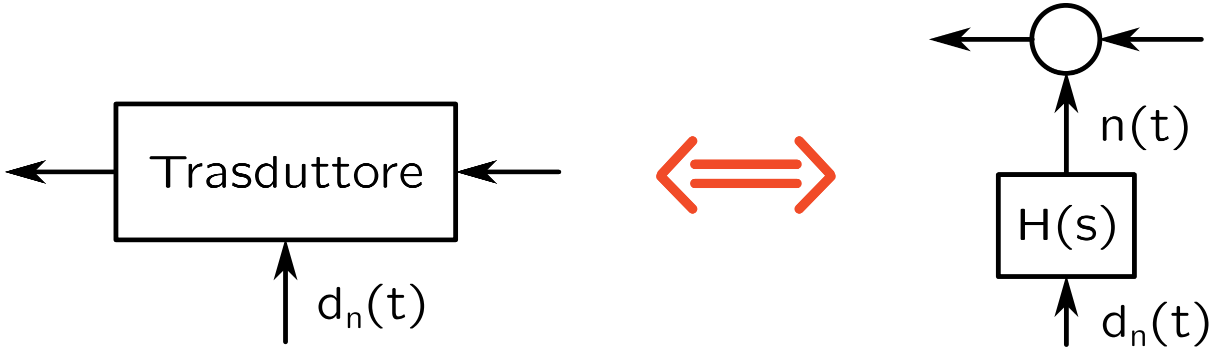
Considerazioni generali

Schema riconducibile, con $P(s)$ modello del processo reale, allo schema concettuale



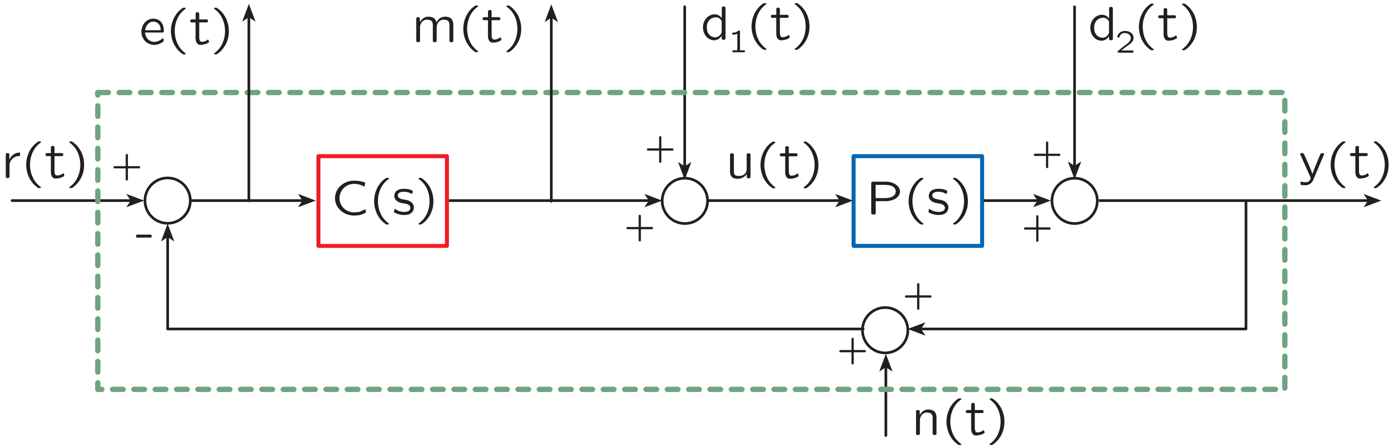
nel quale, ad esempio, si è distinto tra disturbi in ingresso $d_1(t)$ e in uscita $d_2(t)$ al processo.

I segnali $n(t)$, $d_1(t)$ e $d_2(t)$ possono a loro volta essere uscite di sistemi dinamici

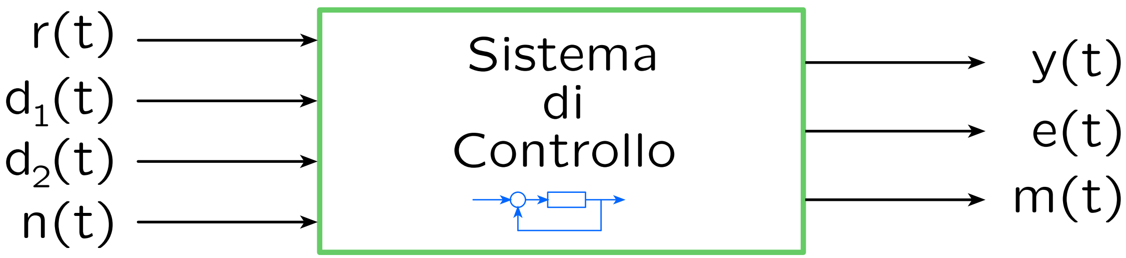


Sistema di controllo

Il sistema di controllo è di fatto un sistema con più ingressi (riferimento e disturbi) e più uscite (variabile controllata, errore, ingresso di controllo) come indicato in figura



equivalente a



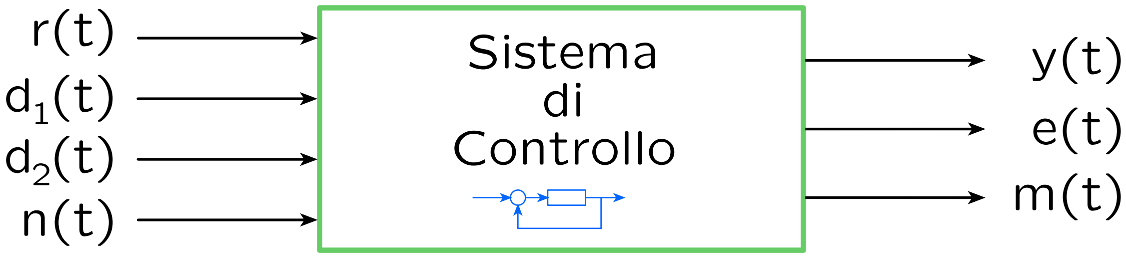
con la possibilità di definire specifiche sul comportamento di ogni coppia Ingresso/Uscita.

Requisiti

- Stabilità
  - in condizioni nominali (Nyquist, Routh, ...)
  - in condizioni perturbate, ad es. variazioni parametriche o dinamiche non modellate. In tal caso si parla di stabilità robusta. I margini di stabilità (margine di guadagno m_g e margine di fase m_φ) sono dei primi indicatori utili per valutare la robustezza del sistema di controllo. Esistono altri criteri/metodi (basati sul Teorema di Kharitonov o derivanti dal criterio di Nyquist ....)
- Prestazioni nominali
  - statiche, sul comportamento desiderato a regime permanente tra i vari ingressi del sistema e le uscite di interesse
  - dinamiche, sul comportamento durante il transitorio
- Prestazioni robuste

  Si richiede che il comportamento ottenuto (soddisfacimento di specifiche in condizioni nominali) sia garantito anche in condizioni perturbate.

Specifiche - esempio



Specifiche nominali*:

- statiche (regime permanente) $r(t) \to y(t)$ o equivalentemente $r(t) \to e(t)$ rispetto a segnali standard (es. ingressi canonici di ordine k)

- statiche (regime permanente) $d_1(t) \to y(t)$ e/o $d_2(t) \to y(t)$ rispetto a segnali standard (es. disturbi costanti)

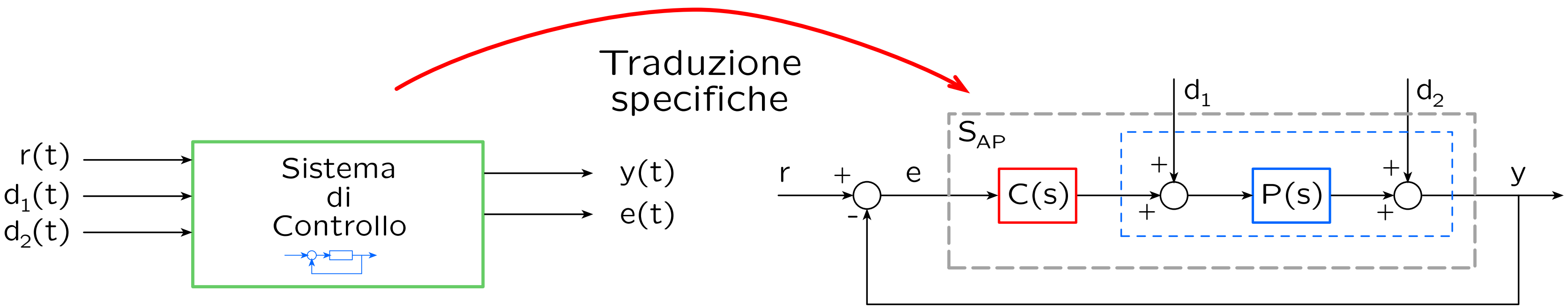
- dinamiche (transitorio) sul comportamento $r(t) \to y(t)$
  - in frequenza sulla banda passante B_3 e modulo alla risonanza M_r
  - nel dominio del tempo sul tempo di salita t_s e la sovraelongazione $\widehat{s}$.

\+ Stabilità del sistema di controllo

*Queste sono solo alcune delle possibili specifiche. Si potrebbero imporre specifiche sul comportamento $n(t) \to y(t)$, sullo sforzo di controllo $m(t)$ o sulla robustezza.

Sintesi per tentativi – principi

- Traduzione delle specifiche sul sistema di controllo o Sistema ad Anello Chiuso (S_{CH}) in specifiche sul sistema in catena diretta o Sistema ad Anello Aperto (S_{AP})
- Soddisfacimento delle specifiche individuate sul sistema ad anello aperto tramite la scelta di un opportuno controllore $C(s)$
- Verifica se le specifiche originali sul sistema di controllo sono state effettivamente soddisfatte.
- Se necessario, iterare il procedimento.



Si definisce il sistema ad anello aperto S_{AP} (o sistema in catena diretta)

$$F(s) = C(s)P(s)$$

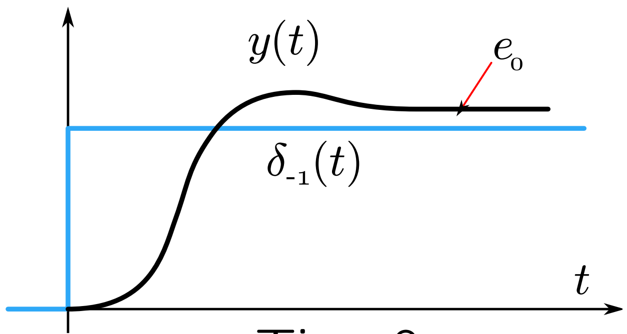
con $K_F = K_c K_p$ (K_c e K_p sono i guadagni generalizzati di $C(s)$ e $P(s)$)

Specifiche statiche $r(t) \to y(t)$ - Tipo di sistema

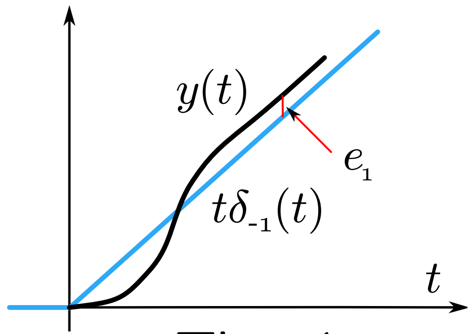
Un sistema è di Tipo k se la risposta a regime permanente in corrispondenza a un ingresso canonico di ordine k

$$\frac{t^k}{k!}\delta_{-1}(t)$$

differisce dall'ingresso per una quantità costante diversa da zero o, equivalentemente, se l'errore a regime è costante e diverso da zero.



Tipo 0



Tipo 1

Il concetto di Tipo di Sistema può essere specificato per i sistemi a retroazione: si individuano le condizioni affinché un sistema di controllo a retroazione sia di tipo k.

Specifiche statiche $r(t) \to y(t)$

Sia dato un ingresso di riferimento $r(t)$ canonico di ordine k

$$r(t) = \frac{t^k}{k!}\delta_{-1}(t)$$

un sistema di controllo a retroazione unitaria è di Tipo k

se e solo se

sono presenti k poli in $s = 0$ in catena diretta
(o sistema ad anello aperto)

La dimostrazione si base sulle seguenti considerazioni

- il sistema di controllo viene assunto stabile asintoticamente
- l'errore a regime è costante e non nullo solo quando ci sono k zeri in $s = 0$ nella funzione di trasferimento $W_e(s) : r \longrightarrow e$ (coincidente con la funzione di sensitività $S(s)$)
- si può applicare il Teorema del Valore Finale
- gli zeri della funzione $W_e(s)$ coincidono con i poli di $F(s)$ (sistema in catena diretta).

Specifiche statiche $r(t) \to y(t)$

In effetti, ponendo $F(s) = N_F(s)/D_F(s)$ si ha

$$W_e(s) = S(s) = \frac{1}{1+F(s)} = \frac{D_F(s)}{D_F(s)+N_F(s)}$$

- Ingresso di ordine $k = 0$

$$e_0 = W_e(0) = \begin{cases} \frac{1}{1+K_F} & \text{se} \quad \text{Tipo } 0 \\ 0 & \text{se} \quad \text{Tipo } k \geq 1 \end{cases}$$

  in quanto l'eventuale presenza di radici in $s = 0$ di $D_F(s)$ ($k \geq 1$ poli nell'origine del sistema ad anello aperto) annulla il numeratore di $W_e(0)$.

- Ingresso di ordine $k \geq 1$

$$e_k = \lim_{s \to 0} \left[sW_e(s) \frac{1}{s^{k+1}} \right] = \begin{cases} \infty & \text{se} \quad \text{Tipo} < k \\ \frac{1}{K_F} & \text{se} \quad \text{Tipo} = k \\ 0 & \text{se} \quad \text{Tipo} > k \end{cases}$$

  l'eventuale presenza di un polo in $s = 0$ di molteplicità h in $F(s)$ viene rappresentata ponendo $D_F(s) = s^h D'_F(s)$ con $D'_F(s)$ privo di poli nell'origine e $D'_F(0) = K_F$. I risultati si ottengono studiando i vari casi $h < k$, $h = k$ e $h > k$.

Specifiche statiche $r(t) \to y(t)$

Riassumendo:

- Interpretazione dei requisiti in termini di Tipo di Sistema

			Tipo di sistema			
			0	**1**	**2**	**3**
Ordine ingresso	**0**	$\delta_{-1}(t)$	$e_0 \neq 0$	0	0	0
	1	$t\delta_{-1}(t)$	∞	$e_1 \neq 0$	0	0
	2	$\frac{t^2}{2}\delta_{-1}(t)$	∞	∞	$e_2 \neq 0$	0
	3	$\frac{t^3}{3!}\delta_{-1}(t)$	∞	∞	∞	$e_3 \neq 0$

- Traduzione dei requisiti in specifiche equivalenti sul sistema ad anello aperto S_{AP}
  - presenza di un numero sufficiente di poli in $s = 0$ in $F(s)$
  - guadagno K_F sufficientemente – in modulo – elevato.

Dalle espressione dell'errore e_k è chiaro che una volta reso il sistema di Tipo opportuno, per assicurare un errore minore di un valore massimo è necessario che sia

$$|e_k| \leq e_{kmax} \Longleftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{|1+K_F|} \leq e_{kmax} \Leftrightarrow |1+K_F| \geq \frac{1}{e_{kmax}} & \text{se} \quad \text{Tipo } 0 \\ \frac{1}{|K_F|} \leq e_{kmax} \Leftrightarrow |K_F| \geq \frac{1}{e_{kmax}} & \text{se} \quad \text{Tipo } k \geq 1 \end{cases}$$

Specifiche statiche $d_1(t)$ o $d_2(t) \to y(t)$

Rispetto a disturbi $d(t)$ costanti agenti in catena diretta

Sistema ad anello chiuso

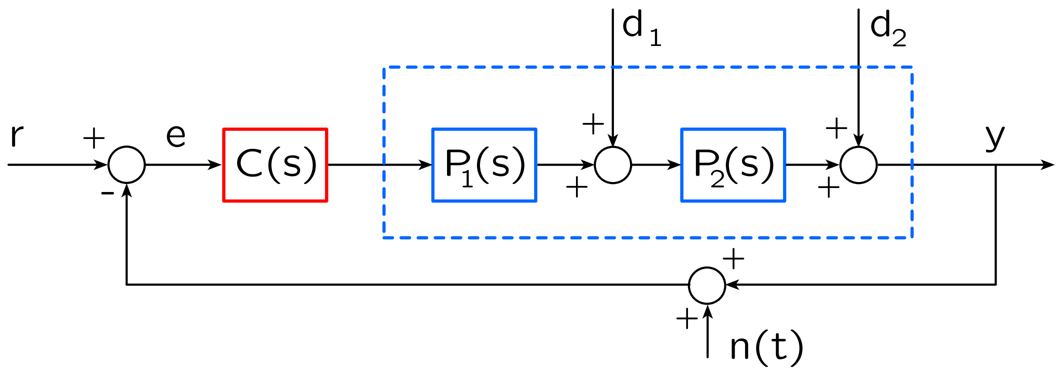
Effetto a regime permanente sull'uscita controllata $y(t)$ nullo (Astatismo)

equivalente a

Sistema ad anello aperto

Presenza di almeno un polo in $s = 0$ a monte del punto di ingresso del disturbo

- Per disturbi in catena diretta è fondamentale il punto di ingresso del disturbo sul ramo diretto.

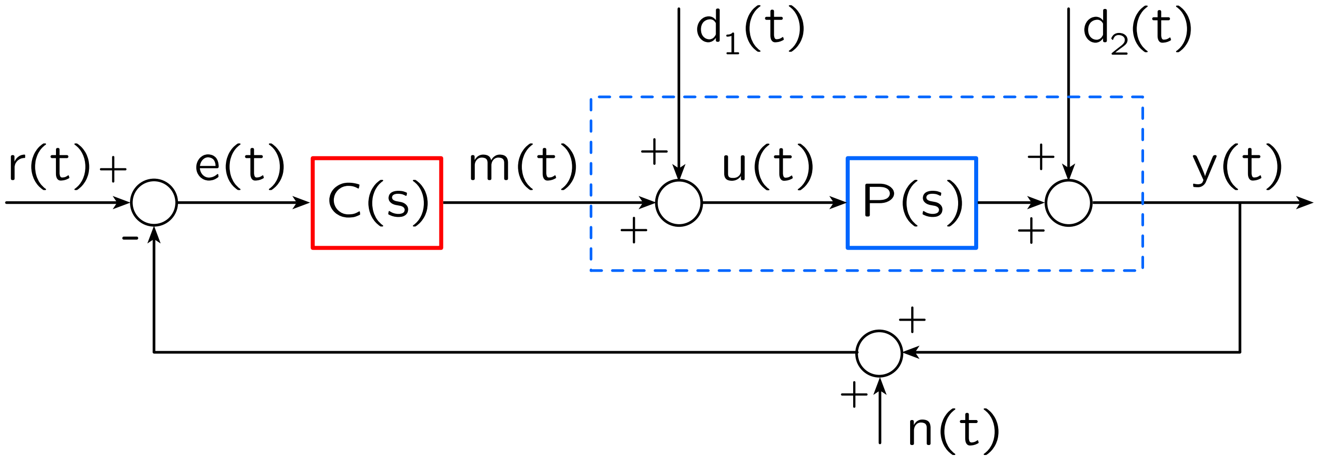


Es. La presenza di un polo in $s = 0$ in $P_2(s)$ garantisce astatismo rispetto ad un disturbo costante d_2 ma non rispetto a d_1

- si estende al caso di ingressi di disturbo canonici di ordine k o più in generale a segnali generabili da sistemi autonomi lineari (come i segnali sinusoidali) con il Principio del Modello Interno.

Specifiche statiche $d_1(t)$ o $d_2(t) \rightarrow y(t)$

Si noti che possono essere date delle specifiche meno restrittive rispetto a disturbi costanti agenti in catena diretta.



Schema di controllo

- La funzione di trasferimento $d_1 \rightarrow y$ è

$$W_{d_1y}(s) = \frac{P(s)}{1 + F(s)} = \frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)}$$

- La funzione di trasferimento $d_2 \rightarrow y$ è la funzione di sensitività

$$S(s) = \frac{1}{1 + F(s)} = \frac{1}{1 + C(s)P(s)}$$

Specifiche statiche $d_1(t)$ o $d_2(t) \to y(t)$

Es.: $d_1(t) = d_2(t) = \delta_{-1}(t)$, $C(s)$ privo di poli in $s = 0$

- se $d_2(t) = 0$ si ha $y_{RP1} = W_{d_1y}(0)$
  - se $P(s) = P'(s)/s^m$ ha poli in $s = 0$ (che non garantiscono astatismo rispetto a d_1 costante)

$$y_{RP1} = W_{d_1y}(0) = \left.\frac{P'(s)/s^m}{1 + C(s)P'(s)/s^m}\right|_{s=0} = \left.\frac{P'(s)}{s^m + C(s)P'(s)}\right|_{s=0} = \frac{1}{K_c}$$

  - se $P(s)$ è privo di poli in $s = 0$

$$y_{RP1} = W_{d_1y}(0) = \left.\frac{P(s)}{1 + C(s)P(s)}\right|_{s=0} = \frac{K_p}{1 + K_cK_p}$$

  in entrambi i casi (se esiste il regime permanente) $y_{RP1} \to 0$ al crescere di K_c

- se $d_1(t) = 0$ si ha

$$y_{RP2} = S(0) = \frac{1}{1 + K_cK_p}$$

  e, se esiste il regime permanente, $y_{RP2} \to 0$ al crescere di K_c

Anche se non si garantisce astatismo, si può, in determinate situazioni, cercare di rendere l'effetto del disturbo costante a regime sufficientemente piccolo.

Specifiche statiche $n(t) \to y(t)$ (disturbo sul ramo di reazione)

- Dalla relazione

$$W_{ny}(s) = -\frac{F(s)}{1+F(s)} = -W_{ry}(s)$$

è evidente che richiedere astatismo rispetto ad un disturbo costante sul ramo di reazione ($W_{ny}(0) = 0$)equivale a richiedere un'uscita a regime permanente nulla in corrispondenza ad un riferimento a gradino ($W_{ry}(0) = 0$).

- Un disturbo costante $n(t)$ potrebbe rappresentare un problema di offset in un dispositivo di trasduzione o misura. Ad esempio un sensore potrebbe indicare, erroneamente, che un veicolo (metropolitana automatica) è fermo mentre nella realtà il convoglio ancora si muove.

- Per disturbi $n(t)$ sinusoidali le specifiche di attenuazione dell'effetto di tale disturbo possono essere soddisfatte se lo spettro in frequenza di $n(t)$ non è contenuto in quello di $r(t)$.

Specifiche statiche

Per assicurare il soddisfacimento delle specifiche statiche precedentemente illustrate, il controllore $C(s)$ deve necessariamente avere una parte della forma

$$\frac{K_c}{s^h}$$

con K_c guadagno opportuno del controllore e h numero minimo* di poli nell'origine. In generale si ha quindi

$$C(s) = \frac{K_c}{s^h} R(s)$$

con $R(s)$ tale da assicurare che

- le specifiche statiche siano ancora rispettate
- le specifiche dinamiche vengano rispettate
- il sistema di controllo sia stabile asintoticamente

L'approccio di seguito riportato sfrutta, per assicurare la stabilità del sistema ad anello chiuso, il Criterio di Bode e quindi si presuppone che il processo non abbia poli a parte reale positiva.

*Si devono ovviamente tenere in conto eventuali poli in $s = 0$ presenti nel processo.

Specifiche dinamiche – transitorio

Per quanto riguarda il comportamento riferimento/uscita ($r(t) \rightarrow y(t)$) la traduzione delle specifiche sulla banda passante e il modulo alla risonanza del sistema ad anello chiuso si hanno le seguenti relazioni:

Sistema ad anello chiuso		Sistema ad anello aperto
Banda passante desiderata B_3	**trasformato in**	Pulsazione di attraversamento ω_t^* desiderata per la $F(j\omega)$
Sistema ad anello chiuso		**Sistema ad anello aperto**
Modulo alla risonanza $M_r \leq M_{r\,max}$	**trasformato in**	Margine di fase $m_\varphi \geq m_\varphi^*$ per la $F(j\omega)$

N.B. La traduzione delle specifiche da S_{CH} a S_{AP} non è univoca a differenza di quanto visto precedentemente per le specifiche statiche. Non si ha una perfetta equivalenza tra, ad esempio, l'imporre una certa banda passante B_3 a S_{CH} e una certa pulsazione di attraversamento al relativo S_{AP}. Comunque il soddisfacimento delle specifiche su ω_t^* e $m_\varphi \geq m_\varphi^*$ assicura che ci si avvicina al soddisfacimento delle specifiche iniziali su B_3 e M_r. Questa non equivalenza giustifica la necessità, talvolta, di iterare il procedimento nella sintesi per tentativi.

Specifiche dinamiche – scelta di $R(s)$

Si definisce "processo modificato"

$$\hat{P}(s) = \frac{K_c}{s^h} P(s)$$

comprensivo della parte necessaria per il soddisfacimento delle specifiche statiche e del processo. Si ha, in catena diretta,

$$F(s) = C(s)P(s) = R(s)\frac{K_c}{s^h}P(s) = R(s)\hat{P}(s)$$

Dal tracciamento dei diagrammi di Bode del processo modificato

- se la pulsazione di attraversamento attuale ω_t coincide con quella desiderata ω_t^* e il margine di fase attuale è tale che $m_\varphi \geq m_\varphi^*$, non è necessaria alcuna azione aggiuntiva e quindi $R(s) = 1$.

- in tutti gli altri casi si deve individuare l'azione necessaria in termini di
  - Modulo: amplificazione (aumento) o attenuazione (diminuzione)
  - Fase: anticipo (aumento) o ritardo* (diminuzione)

  che deve essere svolta da $R(s)$

*Si noti che raramente si desidera diminuire la fase. La specifica sul margine di fase assume la forma $m_\varphi \geq m_\varphi^*$ e quindi al limite, se la fase attuale è, alla futura pulsazione di attraversamento, maggiore di quella strettamente necessaria, si può tollerare l'introduzione di un ritardo.

Specifiche dinamiche – possibili azioni

Se

- $|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} < 0$ è necessario amplificare in ω_t^* esattamente di $-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$ e quindi $R(s)$ deve essere tale che
$$|R(j\omega_t^*)|_{dB} = -|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$$

- $|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} > 0$ è necessario attenuare in ω_t^* esattamente di $-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$ e quindi $R(s)$ deve essere tale che
$$|R(j\omega_t^*)|_{dB} = -|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$$

- $\angle\widehat{P}(j\omega_t^*) + \pi < m_\varphi^*$ è necessario anticipare in ω_t^* di almeno $m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$ e quindi $R(s)$ deve essere tale che
$$\angle R(j\omega_t^*) \geq m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

- $\angle\widehat{P}(j\omega_t^*) + \pi > m_\varphi^*$ posso tollerare in ω_t^* un ritardo massimo di $m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$ e quindi $R(s)$ deve essere tale che
$$\angle R(j\omega_t^*) \geq m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

N.B. Tutte le azioni vengono valutate in quella che diventerà la pulsazione di attraversamento ω_t^* (e quindi la pulsazione alla quale leggere il margine di fase).

Queste azioni possono essere fornite da

- Funzione anticipatrice

$$R_a(s) = \frac{1+\tau_a s}{1+\frac{\tau_a}{m_a}s}, \quad \tau_a > 0, \quad m_a > 1$$

- Funzione attenuatrice

$$R_i(s) = \frac{1+\frac{\tau_i}{m_i}s}{1+\tau_i s}, \quad \tau_i > 0, \quad m_i > 1$$

e sono univocamente individuate fissati, rispettivamente, i parametri (m_a, τ_a) e (m_i, τ_i).

Osservazioni:

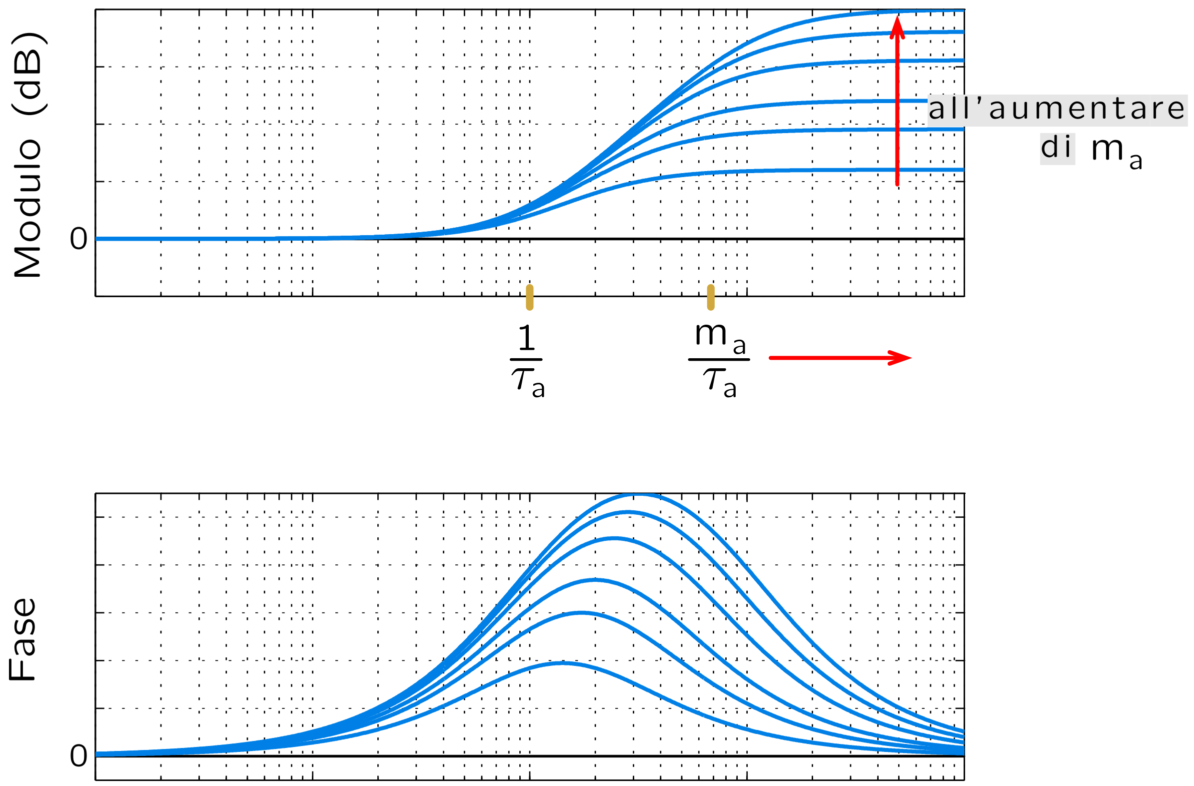
◇ Le funzioni compensatrici elementari introdotte hanno guadagno pari a 1 (in tal modo non viene alterato il soddisfacimento delle specifiche di regime permanente/statiche).

◇ Le funzioni compensatrici elementari possono essere utilizzate insieme e/o ripetutamente per ottenere l'effetto desiderato (ad esempio anticipo e attenuazione, anticipo notevole, ...).

◇ In una qualsiasi funzione di trasferimento stabile asintoticamente (ad es. le funzioni anticipatrici e attenuatrici), il modulo e la fase non sono indipendenti tra di loro.

Funzione compensatrice elementare – anticipatrice

Al variare di $m_a > 1$ si ottengono le seguenti curve del modulo e della fase

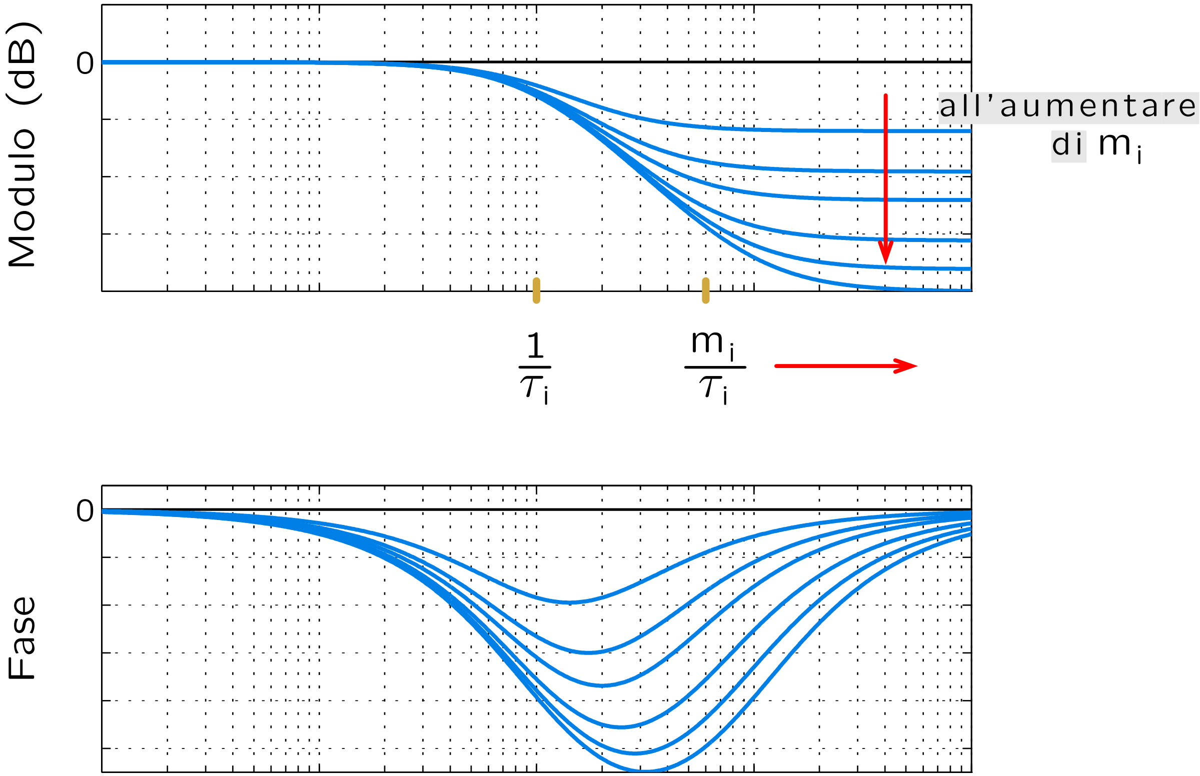


Pulsazioni di rottura

- zero
  (binomio numeratore)
  $$\frac{1}{\tau_a}$$
- polo
  (binomio denominatore)
  $$\frac{m_a}{\tau_a}$$

Funzione compensatrice elementare – attenuatrice

Al variare di $m_i > 1$ si ottengono le seguenti curve del modulo e della fase



Pulsazioni di rottura

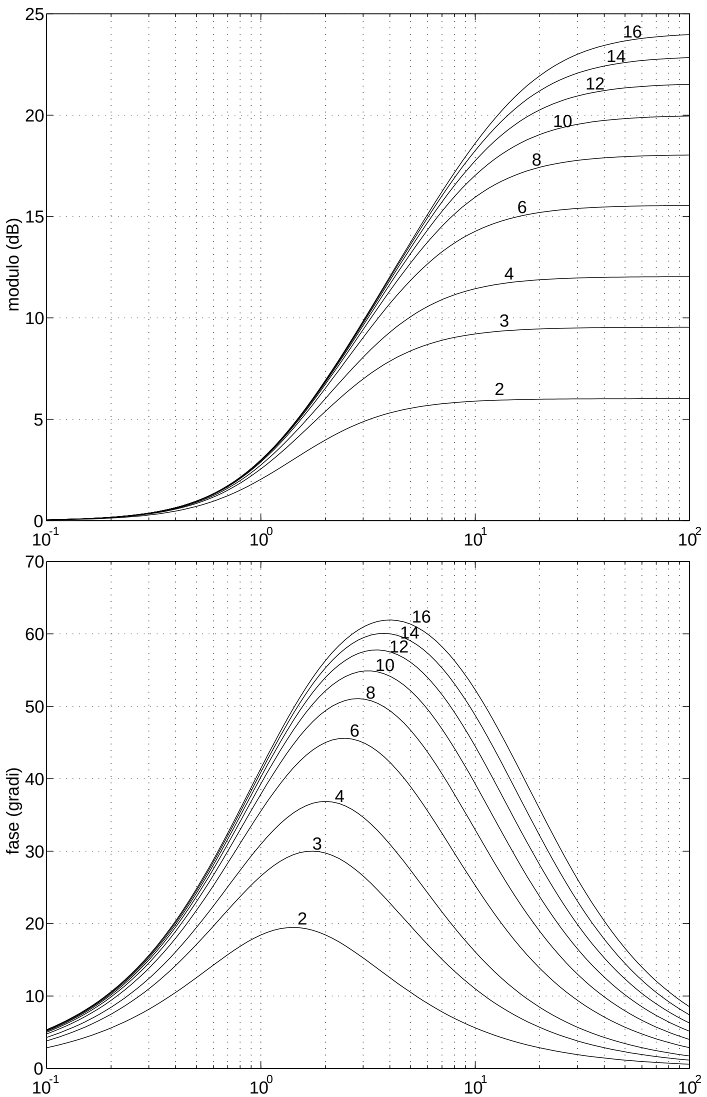
- zero
  (binomio numeratore)

$$\frac{m_i}{\tau_i}$$

- polo
  (binomio denominatore)

$$\frac{1}{\tau_i}$$

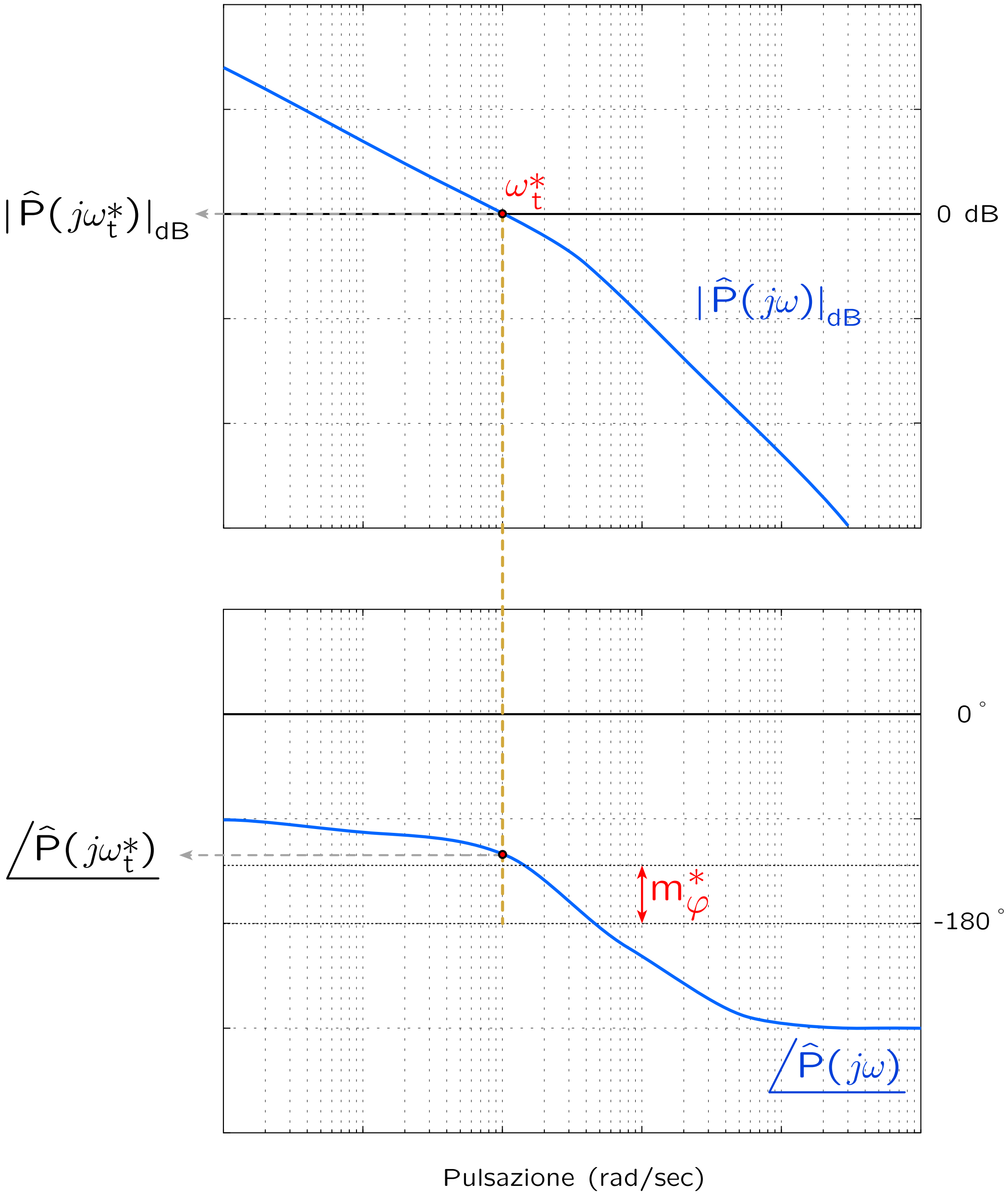
Funzione compensatrice elementare – diagrammi universali



Diagrammi di Bode delle funzioni anticipatrici al variare di m_a
In ascissa appare la pulsazione normalizzata $\omega\tau_a$

I diagrammi relativi alle funzioni attenuatrici si ottengono cambiando di segno alle ordinate.

Azioni: nessuna azione necessaria



Se

- la pulsazione di attraversamento attuale ω_t coincide con quella desiderata ω_t^*

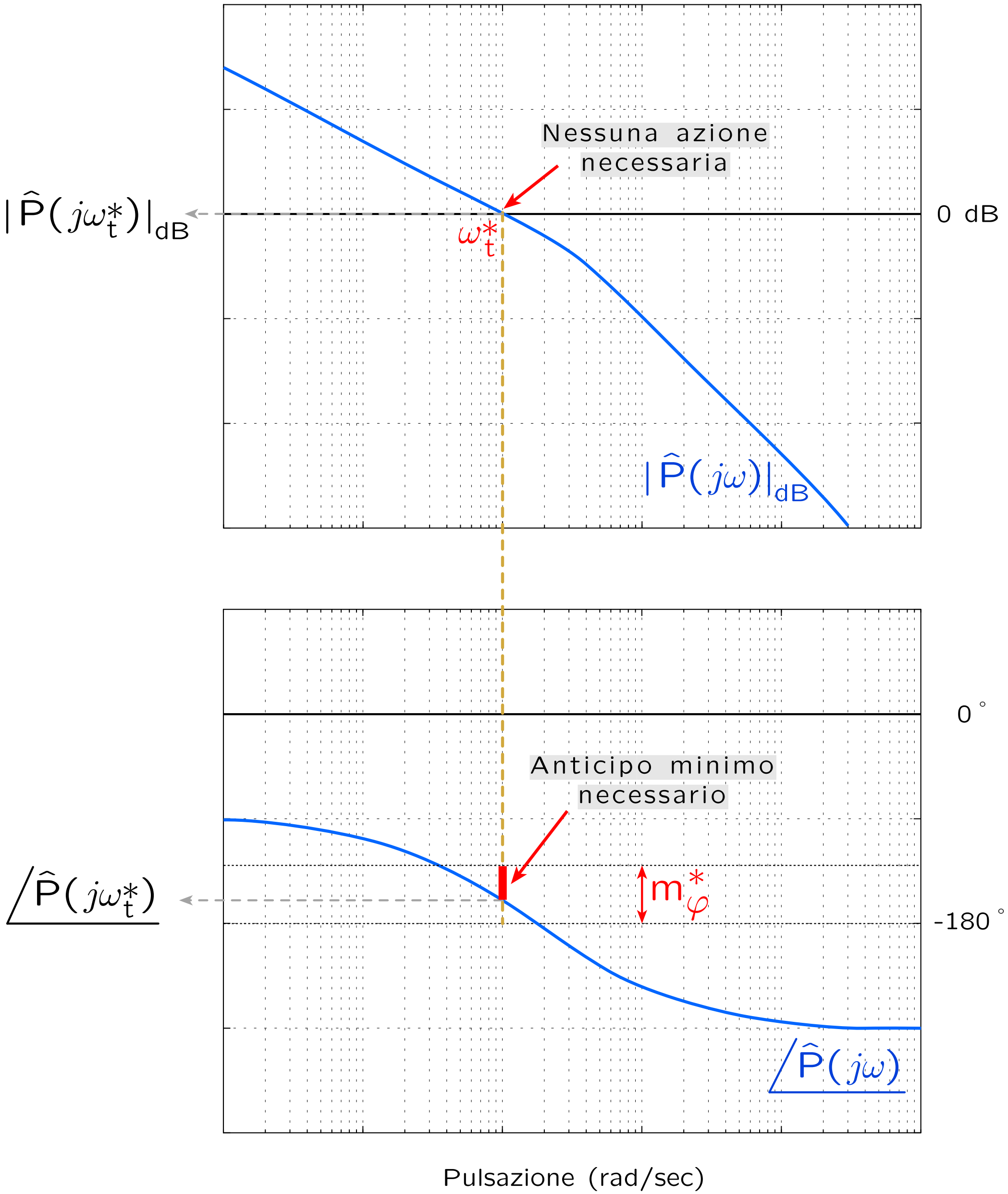
$$|\hat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} = 0\,\text{dB}$$

- e il margine di fase attuale è tale che $m_\varphi \geq m_\varphi^*$

$$\angle\hat{P}(j\omega_t^*) \geq m_\varphi^* - \pi$$

non è necessaria alcuna azione aggiuntiva e quindi $R(s) = 1$.

Azioni: caso 1



Se

- la pulsazione di attraversamento attuale ω_t coincide con quella desiderata ω_t^*

$$|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} = 0\,\text{dB}$$

- ma la fase è insufficiente per garantire il margine di fase richiesto

$$\angle\widehat{P}(j\omega_t^*) < m_\varphi^* - \pi$$

si deve anticipare la fase di almeno

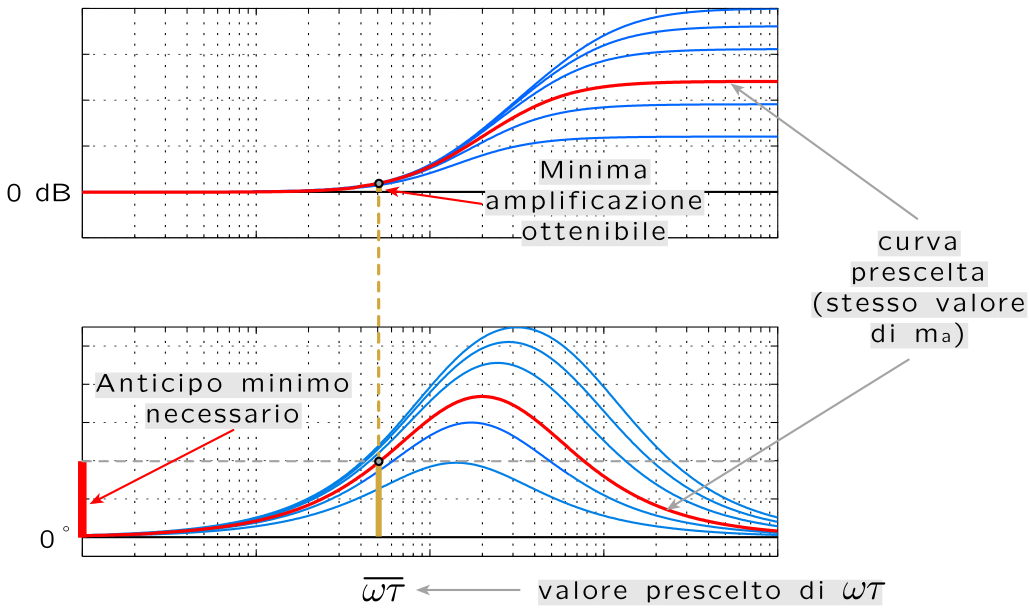
$$m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

cercando di alterare il meno possibile il modulo

$\Rightarrow$ funzione anticipatrice.

Azioni: caso 1

Scelta di una funzione anticipatrice* dai diagrammi universali.



Anticipo minimo richiesto

$$m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

- scelta di una coppia $(\overline{\omega\tau}, m_a)$ tale da fornire l'anticipo richiesto e la minima amplificazione possibile.
- per ottenere l'effetto desiderato alla pulsazione desiderata (ω_t^*), deve essere

$$\overline{\omega\tau} = \omega_t^* \tau_a$$

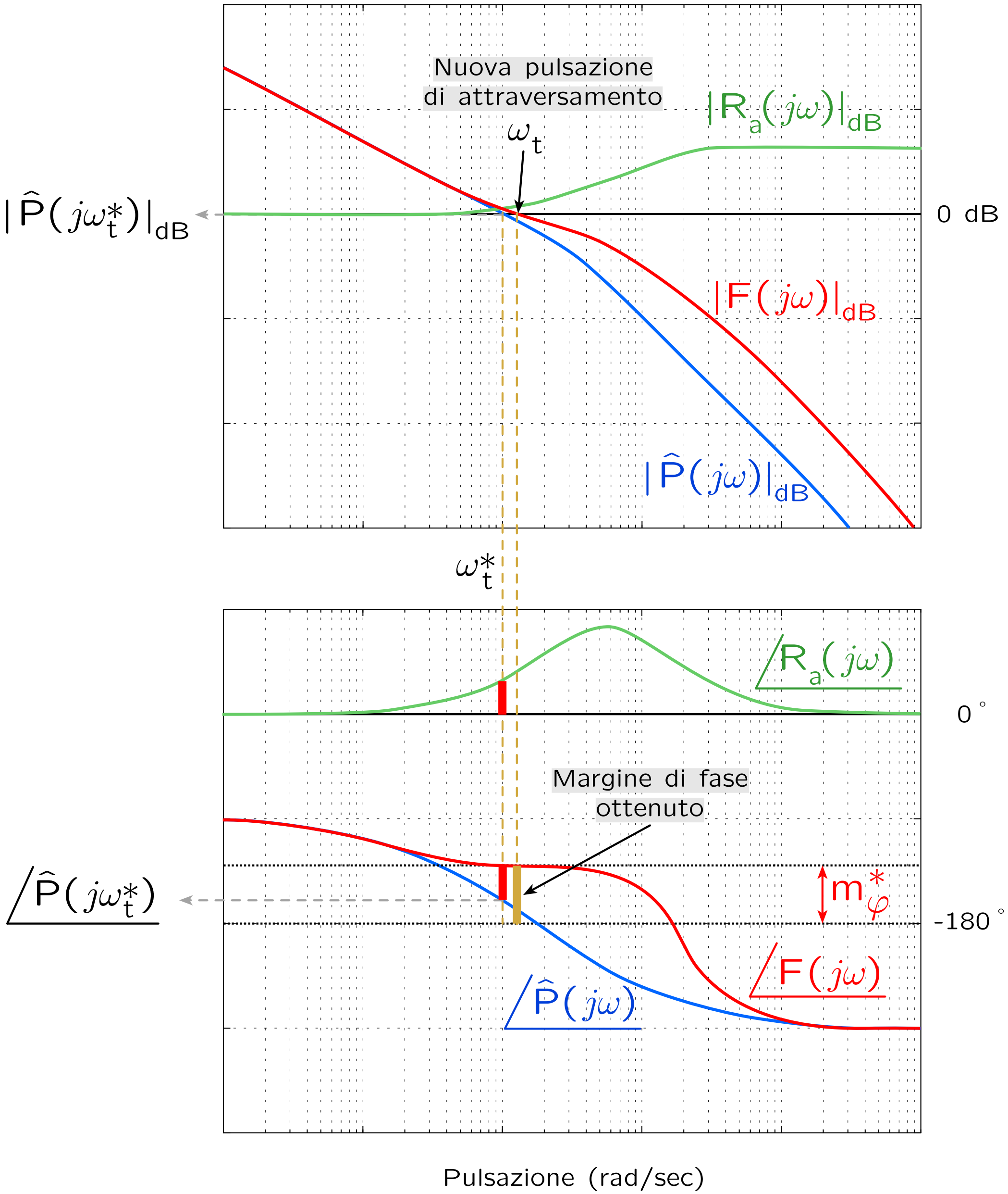
da cui

$$\tau_a = \frac{\overline{\omega\tau}}{\omega_t^*}$$

la funzione anticipatrice è così individuata dai parametri (m_a, τ_a).

*Si noti che comunque la funzione anticipatrice introduce un'amplificazione che sposterà la pulsazione di attraversamento effettiva verso destra e quindi la pulsazione alla quale valutare il soddisfacimento della specifica sul margine di fase. Tuttavia, avendo scelto la pulsazione normalizzata a sinistra della "campana" della fase, l'anticipo effettivo ottenuto a destra di ω_t^* è maggiore di quello minimo desiderato e può in parte compensare l'effetto dell'aumento della pulsazione di attraversamento malgrado un andamento tipico decrescente della fase di $\widehat{P}(j\omega)$.

Azioni: caso 1

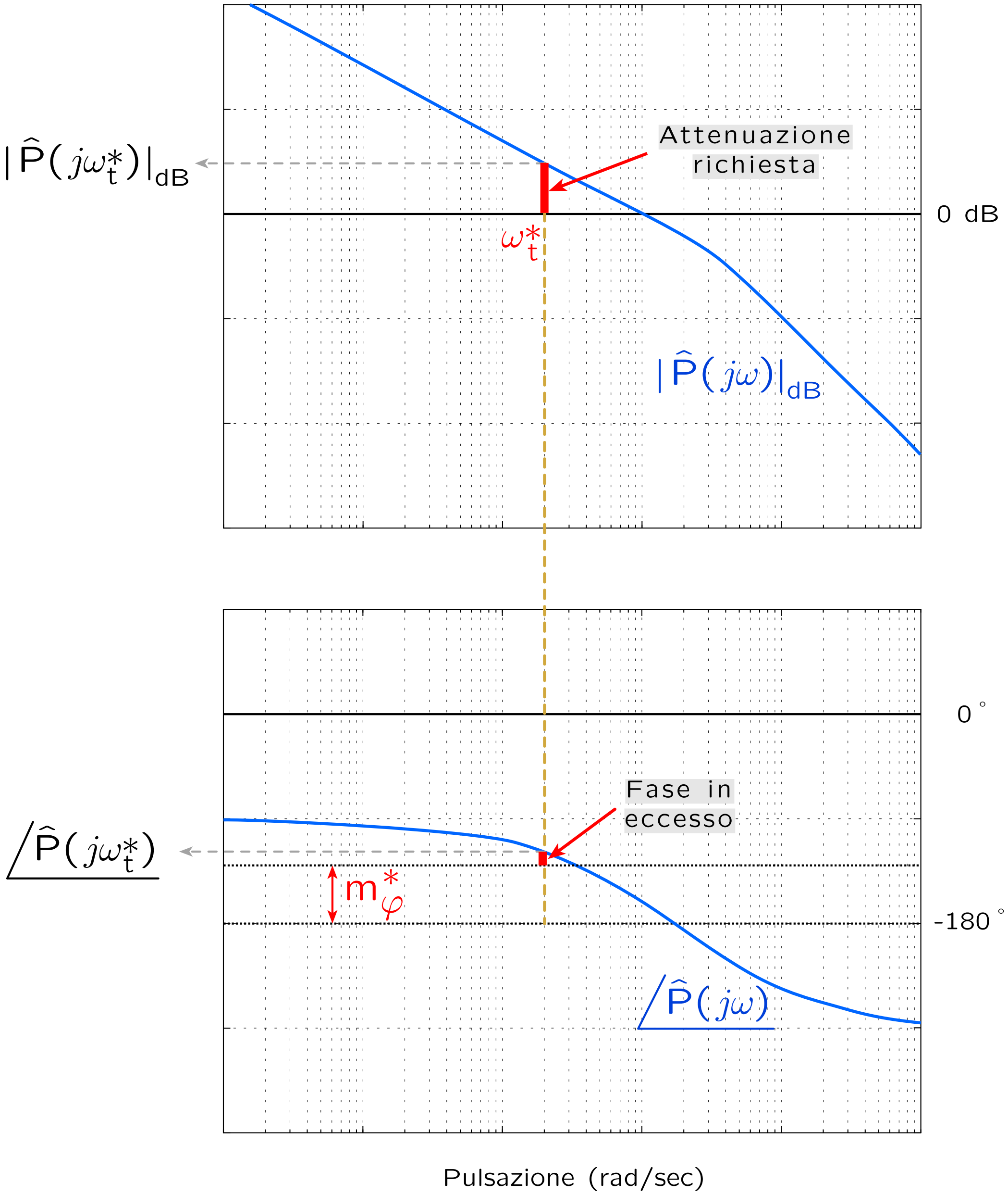


Andamenti del modulo e della fase pre e post compensazione con la funzione anticipatrice.

In catena diretta la funzione di trasferimento è

$$F(s) = R_a(s)\widehat{P}(s)$$

Azioni: caso 2



Se

- la pulsazione di attraversamento attuale ω_t è maggiore di quella desiderata ω_t^*

$$|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} > 0\,\mathrm{dB}$$

- e la fase è sufficiente per garantire il margine di fase richiesto

$$\angle\widehat{P}(j\omega_t^*) > m_\varphi^* - \pi$$

si deve attenuare il modulo di esattamente

$$-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$$

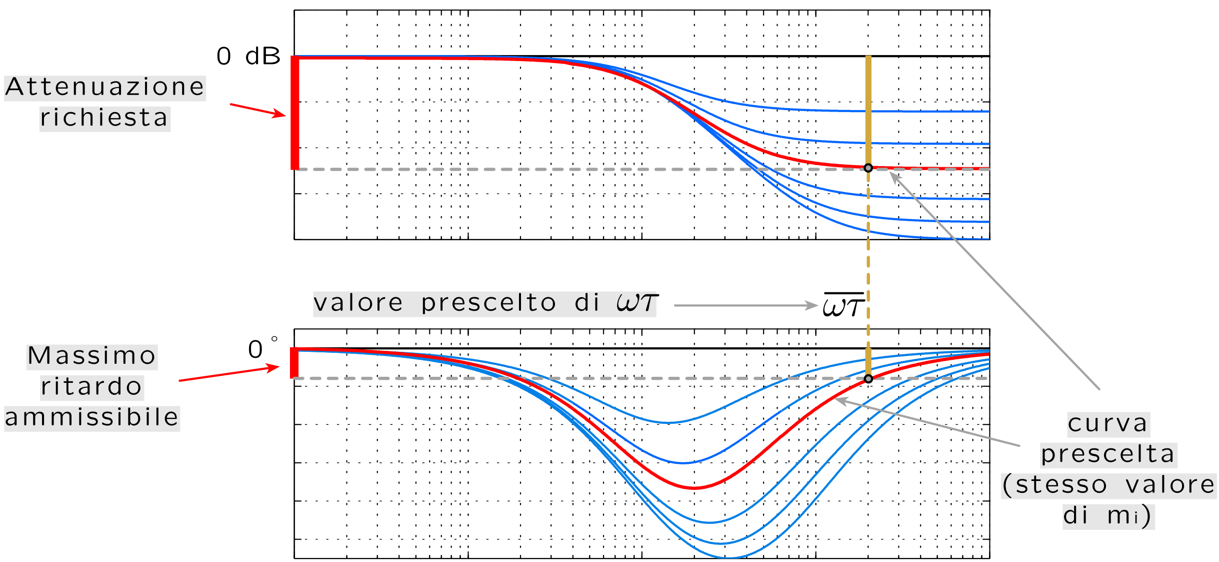
e si può tollerare un ritardo massimo di

$$m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

$\Rightarrow$ funzione attenuatrice.

Azioni: caso 2

Scelta di una funzione attenuatrice* dai diagrammi universali.



Attenuazione richiesta

$$-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$$

- scelta di una coppia $(\overline{\omega\tau}, m_i)$ tale da fornire l'attenuazione richiesta e un ritardo minore del massimo ammissibile
- per ottenere l'effetto desiderato alla pulsazione desiderata (ω_t^*), deve essere

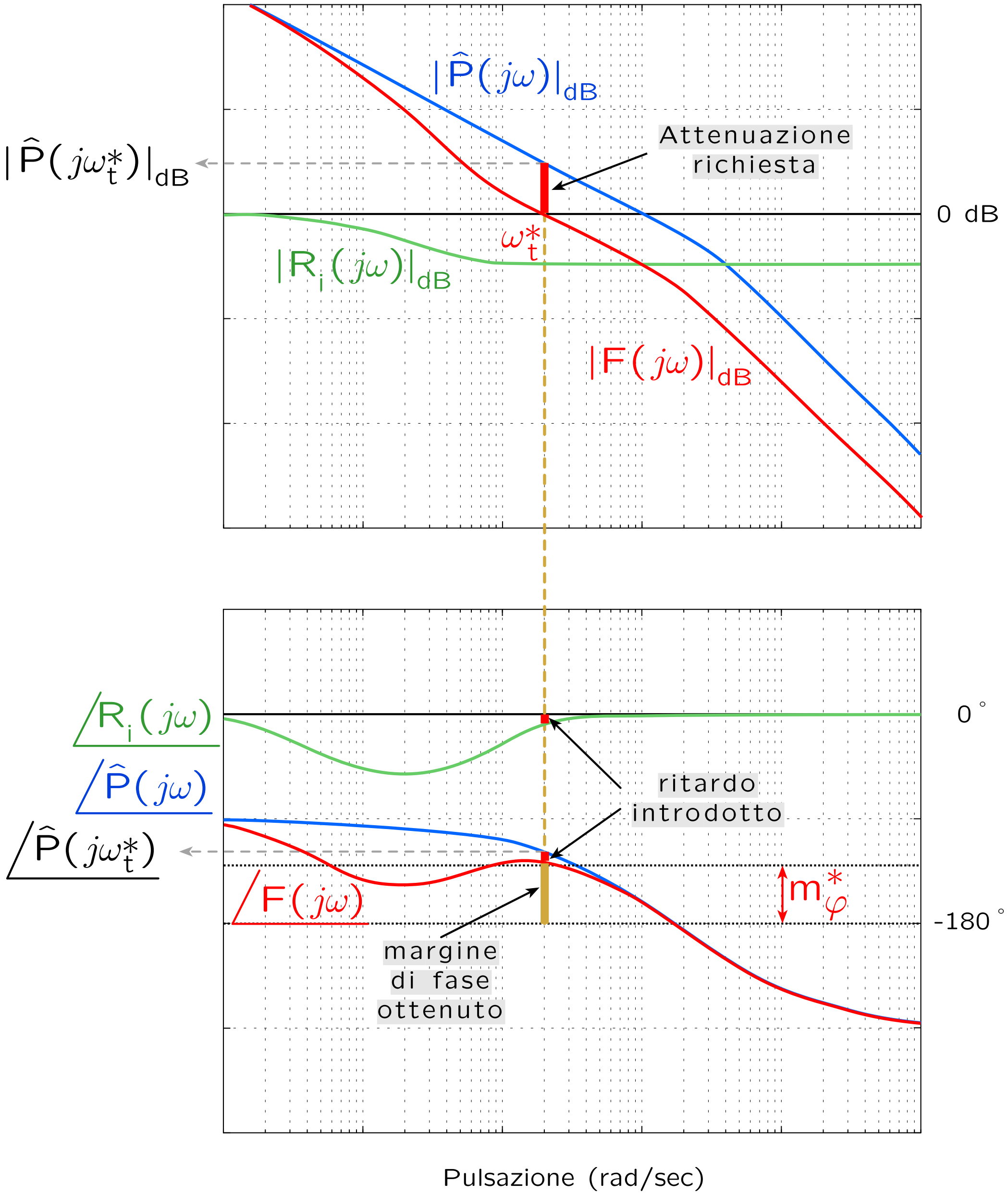
$$\overline{\omega\tau} = \omega_t^* \tau_i$$

da cui

$$\tau_i = \frac{\overline{\omega\tau}}{\omega_t^*}$$

la funzione attenuatrice è così individuata dai parametri (m_i, τ_i).

*Si noti che è possibile ottenere la stessa attenuazione ma con un ritardo minore scegliendo un valore elevato della pulsazione normalizzata $\omega\tau$. Tuttavia scegliere una pulsazione normalizzata molto elevata può influire negativamente sul comportamento del sistema rispetto ad un disturbo sinusoidale in uscita, o più in generale la funzione di sensitività.

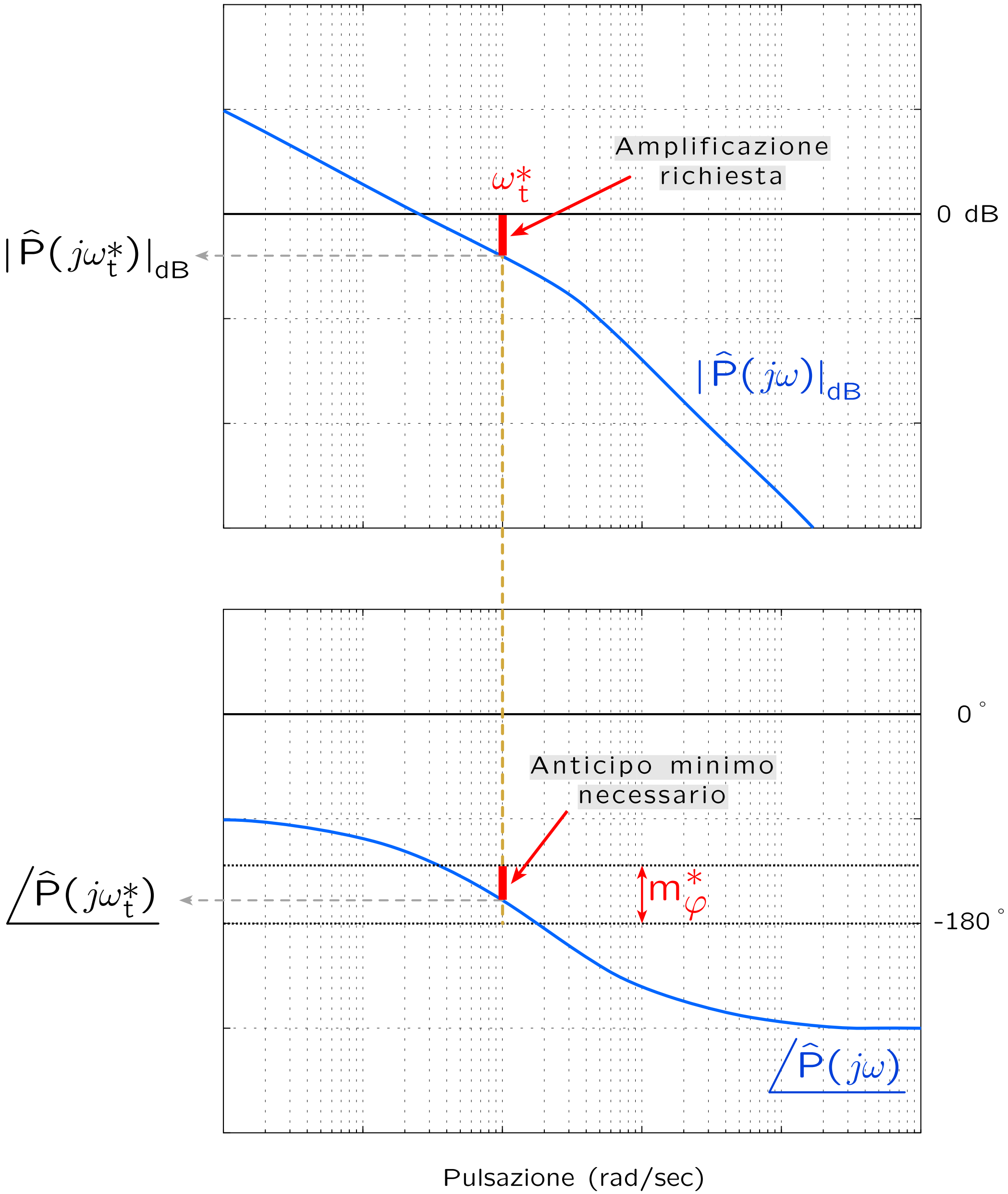


Andamenti del modulo e della fase pre e post compensazione con la funzione attenuatrice.

In catena diretta la funzione di trasferimento è

$$F(s) = R_i(s)\widehat{P}(s)$$

Azioni: caso 3



Se

- la pulsazione di attraversamento attuale ω_t è minore di ω_t^*

$$|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} < 0\,\text{dB}$$

- e la fase è insufficiente per garantire il margine di fase richiesto

$$\angle\widehat{P}(j\omega_t^*) < m_\varphi^* - \pi$$

si deve

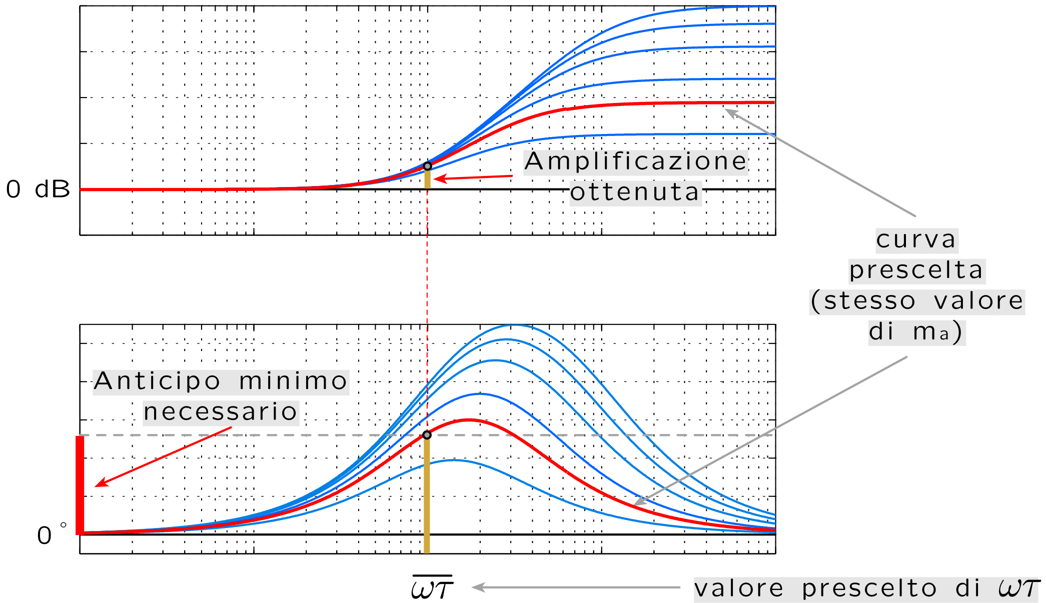
- amplificare di $-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$
- anticipare la fase di almeno $m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$

$\Rightarrow$ funzione anticipatrice e

$\Rightarrow$ amplificazione

Azioni: caso 3

Se le specifiche statiche (di regime permanente) lo permettono (di solito oltre alla presenza di eventuali poli in $s = 0$, si richiede $|K_c| \geq K_{min}$), si può ottenere l'amplificazione con un ulteriore guadagno maggiore di 1 (maggiore di 0 in dB); pertanto si sceglie prima la funzione anticipatrice che fornisce sia l'anticipo di fase richiesto che una parte dell'amplificazione necessaria (la pulsazione normalizzata viene comunque scelta nella parte sinistra della "campana" della fase). Se necessario, si sceglie un guadagno di valore opportuno per completare l'azione amplificatrice.



Scelta della funzione anticipatrice $R_a(s)$ in modo tale che

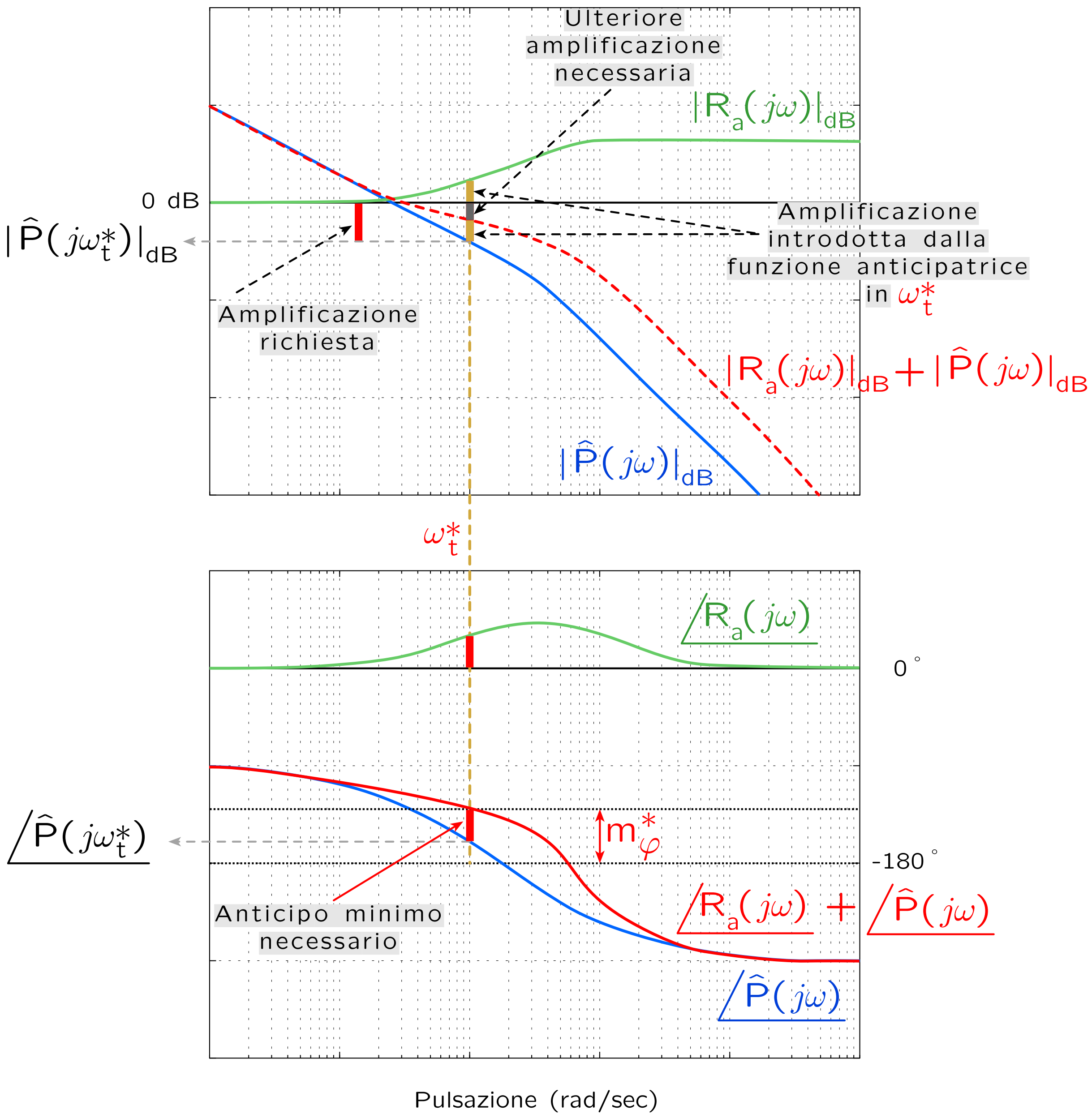
- anticipo richiesto

$$\angle R_a(j\omega_t^*) \geq m_\varphi^* - \angle \widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

- amplificazione fornita

$$|R_a(j\omega_t^*)|_{dB}$$

Azioni: caso 3



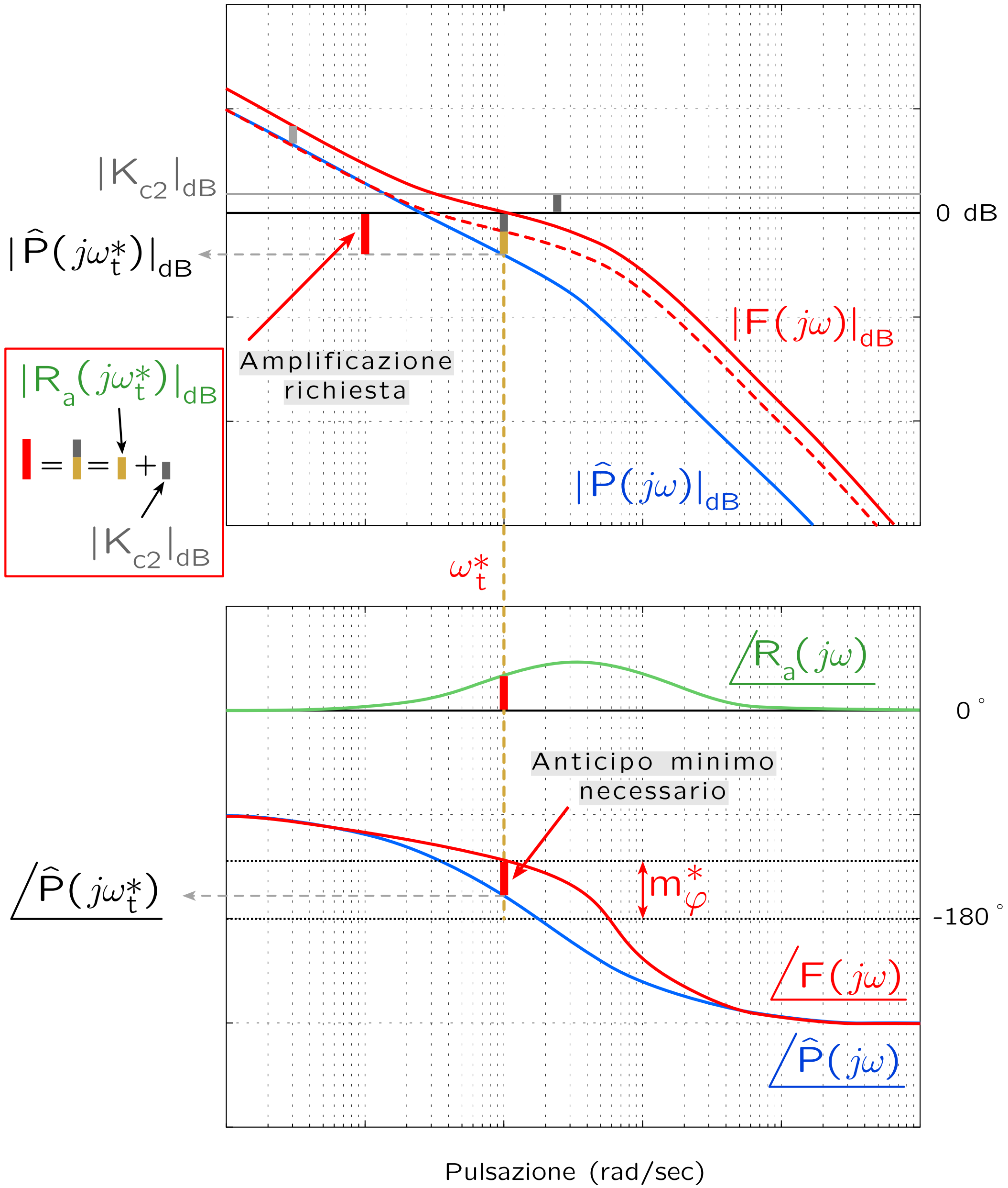
Effetto della funzione anticipatrice prescelta.

L'eventuale ulteriore amplificazione di

$$-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} - |R_a(j\omega_t^*)|_{dB}$$

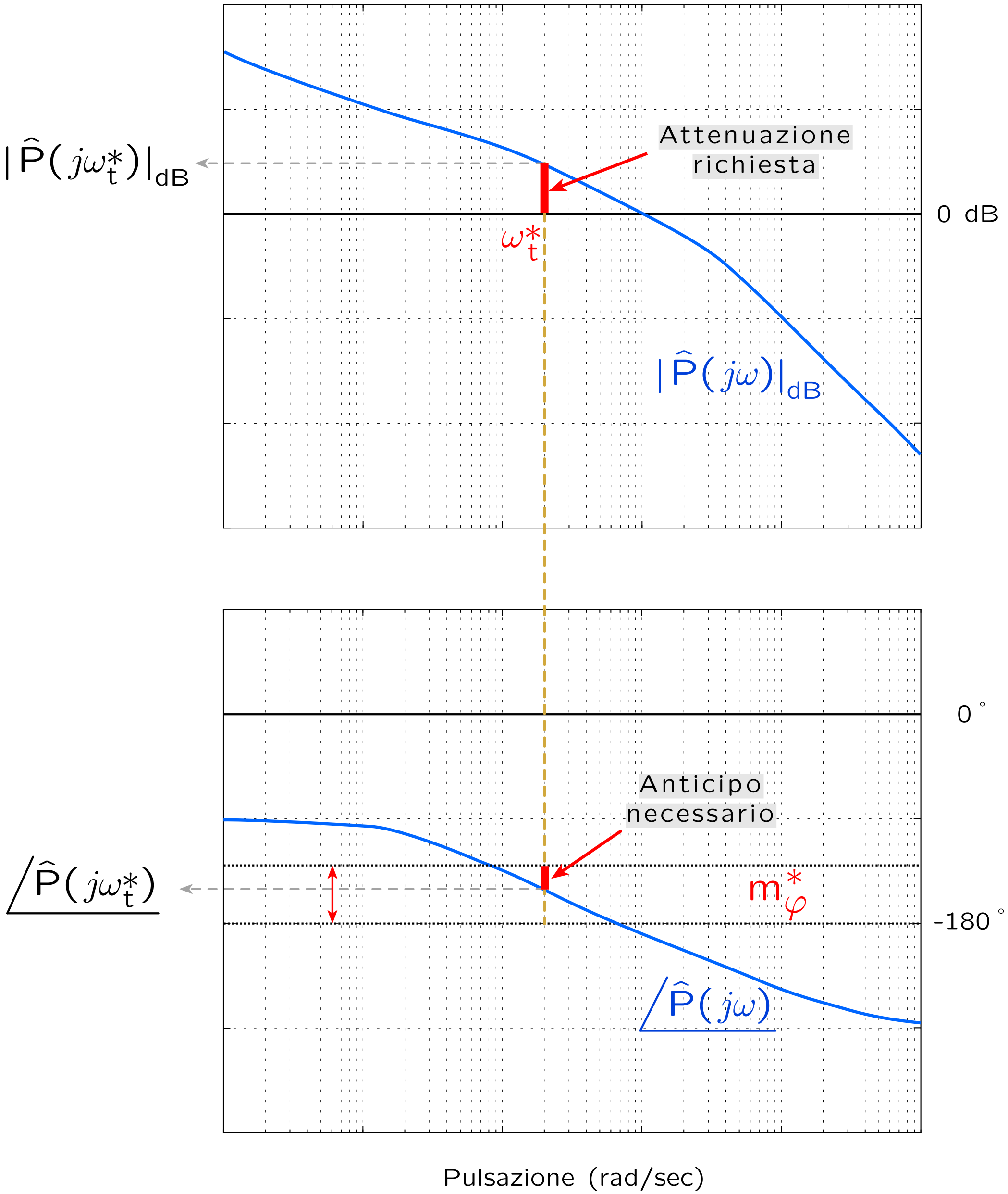
è fornita da un guadagno K_{c2}.

Azioni: caso 3



Effetto della funzione anticipatrice prescelta e del guadagno K_{c2}

Azioni: caso 4



Se

- la pulsazione di attraversamento attuale ω_t è maggiore di quella desiderata ω_t^*

$$|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB} > 0\,\mathrm{dB}$$

- ma la fase è insufficiente per garantire il margine di fase richiesto

$$\angle\widehat{P}(j\omega_t^*) < m_\varphi^* - \pi$$

si deve anticipare la fase di almeno

$$m_\varphi^* - \angle\widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi$$

e attenuare il modulo di esattamente

$$-|\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$$

Azioni: caso 4

Attenzione:

- una funzione anticipatrice, necessaria per l'anticipo di fase, ha anche un'azione amplificatrice;

- una funzione attenuatrice, necessaria per l'attenuazione del modulo, ha anche un'azione ritardatrice.

Conviene scegliere prima una funzione anticipatrice che fornisca l'anticipo minimo richiesto + un anticipo $\Delta\varphi$ tale da compensare il successivo ritardo introdotto dalla futura funzione attenuatrice

$$\angle R_a(j\omega_t^*) = m_\varphi^* - \angle \widehat{P}(j\omega_t^*) - \pi + \Delta\varphi$$

Scelta la funzione anticipatrice si conosce esattamente l'amplificazione introdotta da tale funzione in ω_t^* e cioè $|R_a(j\omega_t^*)|_{dB}$. La scelta della funzione attenuatrice deve essere tale da assicurare un'attenuazione di esattamente

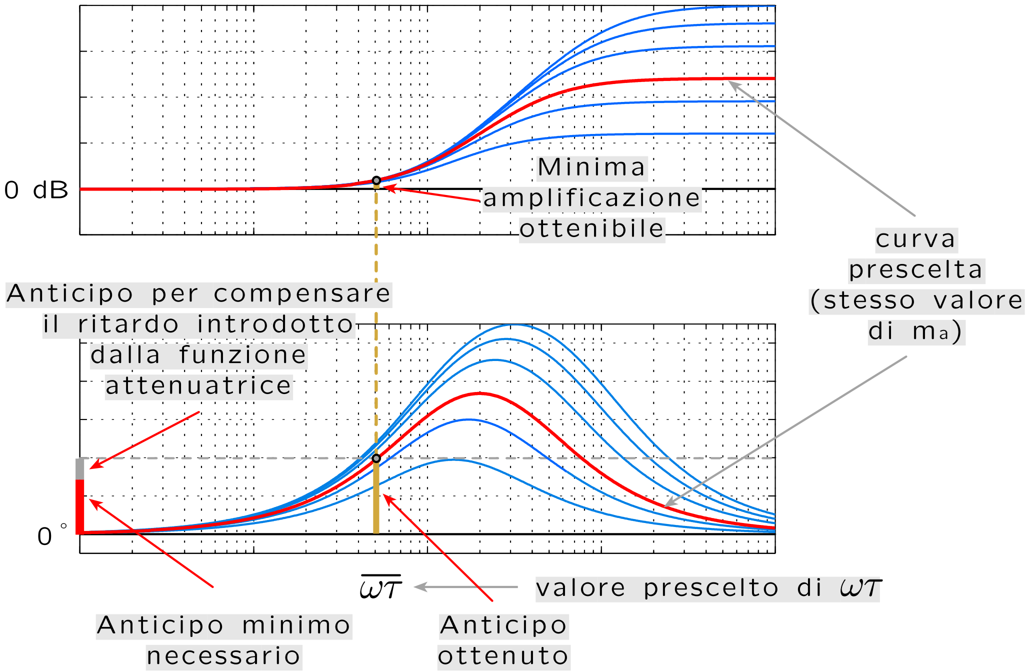
$$-|R_a(j\omega_t^*)|_{dB} - |\widehat{P}(j\omega_t^*)|_{dB}$$

garantendo un ritardo in ω_t^* minore di $\Delta\varphi$ e cioè

$$\angle R_a(j\omega_t^*) + \angle R_i(j\omega_t^*) - m_\varphi^* + \angle \widehat{P}(j\omega_t^*) + \pi \geq 0$$

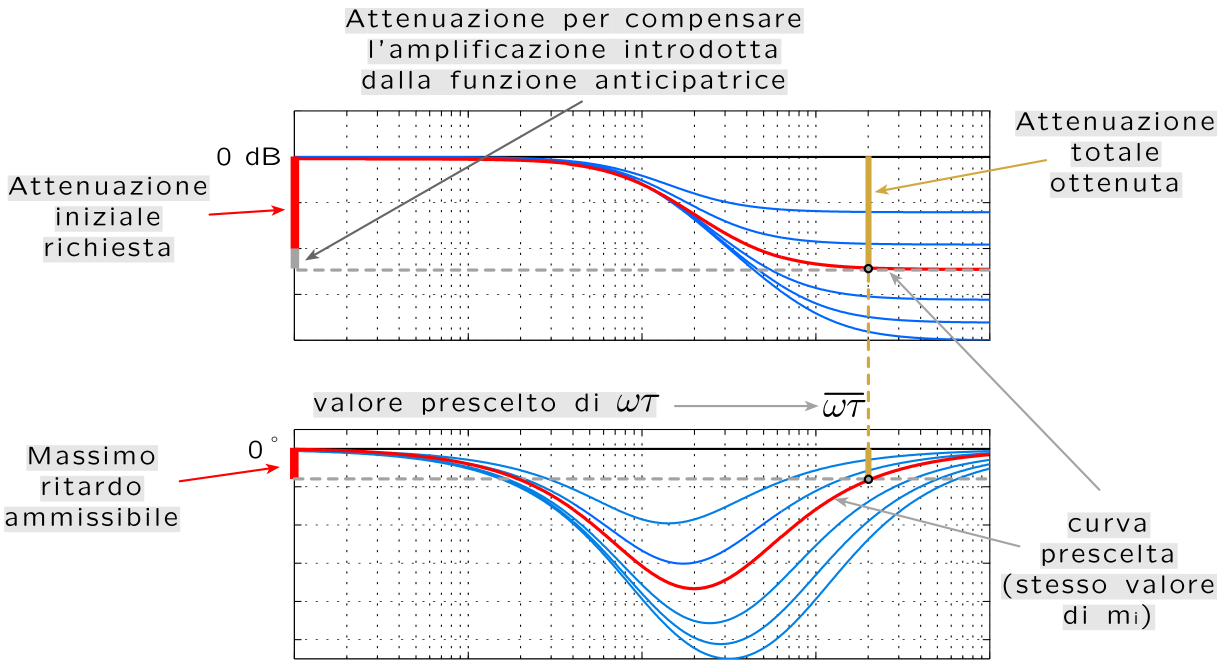
Azioni: caso 4

Scelta della funzione anticipatrice.



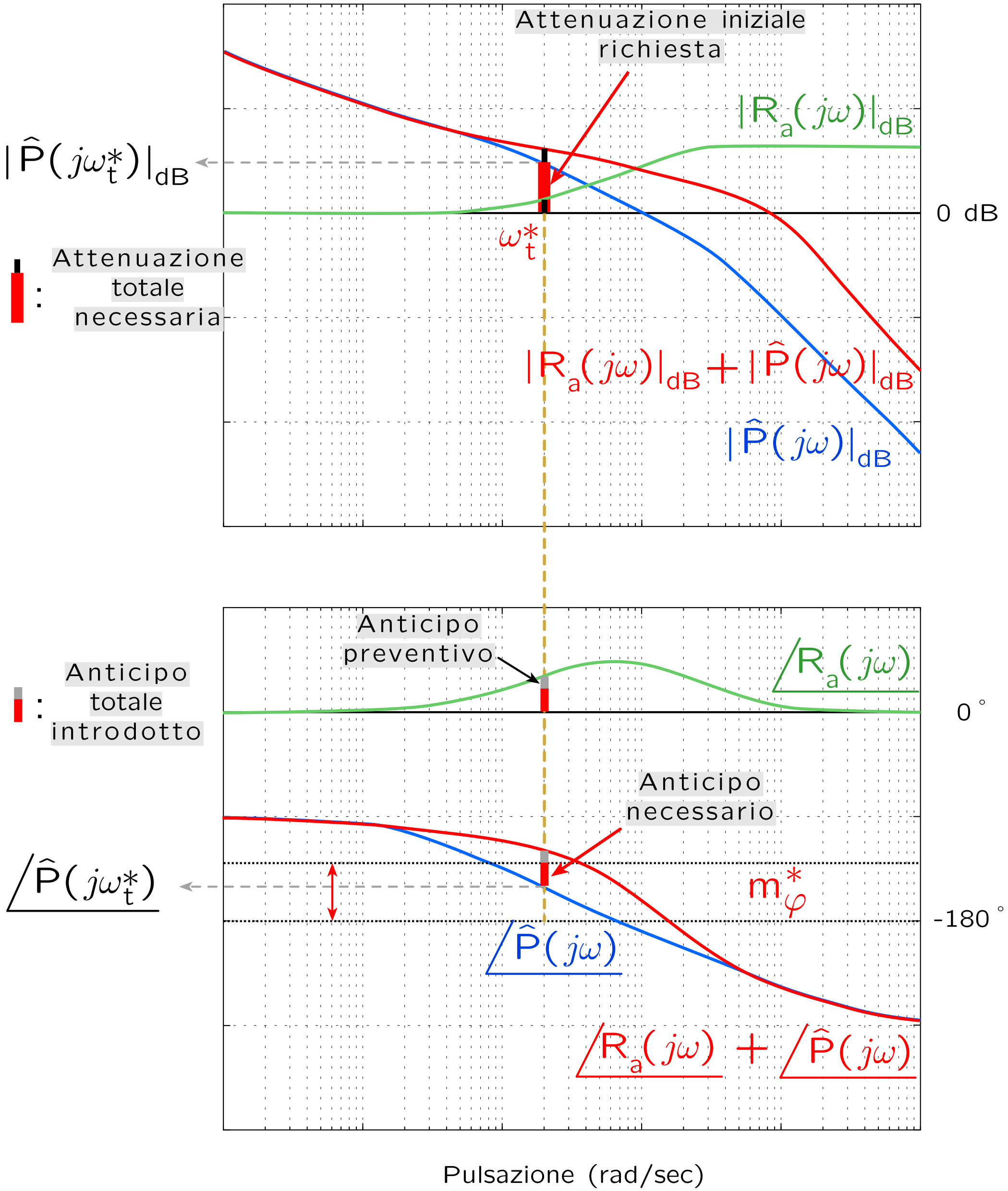
Si cerca di minimizzare l'amplificazione introdotta dalla funzione anticipatrice garantendo l'anticipo richiesto.

Scelta della funzione attenuatrice.



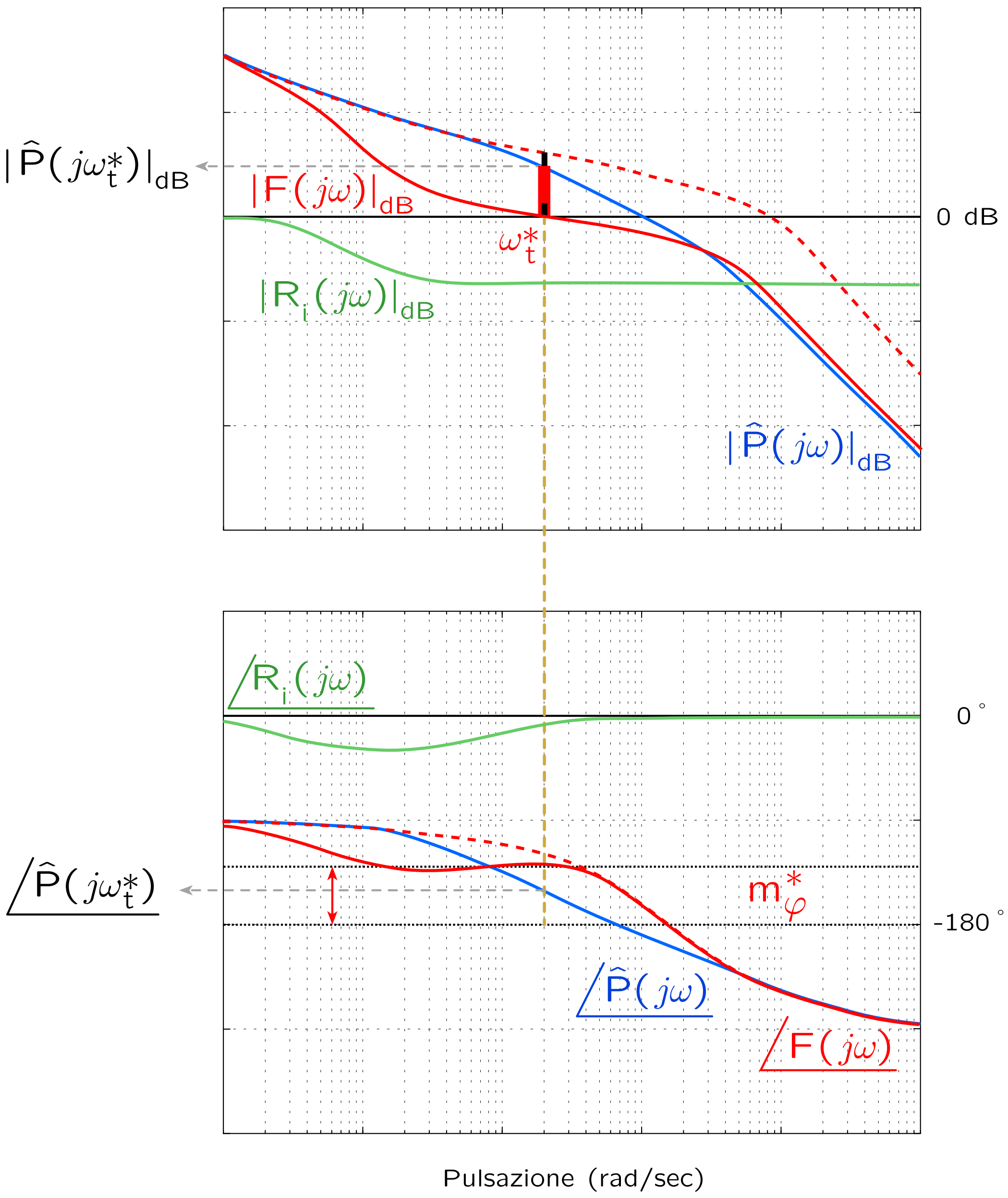
Il massimo ritardo ammissibile è pari all'anticipo $\Delta\varphi$ extra introdotto tramite la funzione anticipatrice.

Azioni: caso 4



Effetto della funzione anticipatrice prescelta

Azioni: caso 4



Effetto dell'uso combinato di
una funzione anticipatrice
e una funzione attenuatrice