**Sapienza Università di Roma**

**Unità Didattica Sistemi Digitali di Controllo**

**Prova Scritta del 17 Luglio 2007**

Si consideri il sistema digitale di controllo rappresentato in Fig. 1 in cui il periodo di campionamento e'

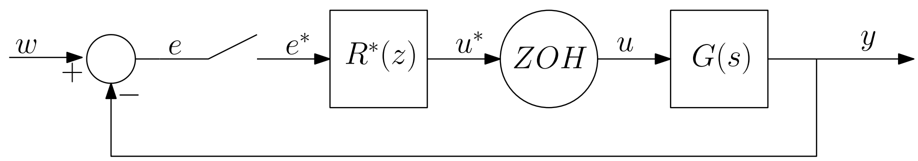


Figura 1: Sistema digitale di controllo

pari ad 1 e

$$G(s) = \frac{1}{s(s-1)} \ .$$

Progettare $R^*(z)$ in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

1. l'errore $e^*$ corrispondente ad un riferimento a scalino sia nullo a regime permanente;
2. il corrispondente sistema di controllo tempo discreto sia FIR.

Nota: si puo' approssimare il numero di Nepero $e$ con 2,72.

**Proposta di soluzione**

Al fine del soddisfacimento delle specifiche, lo schema di Fig. 1 è equivalente allo schema di Fig. 2 che,

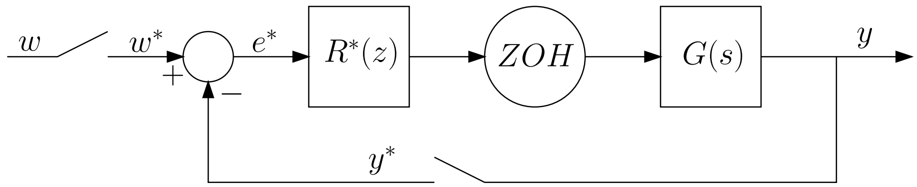


Figura 2: Sistema digitale di controllo con riferimento e uscita campionati

per il soddisfacimento delle specifiche, a sua volta è equivalente al sistema di controllo a tempo discreto di Fig. 3.

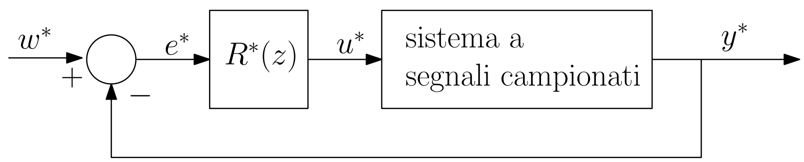


Figura 3: Sistema di controllo a tempo discreto

La funzione di trasferimento $G^*(z)$ del sistema a segnali campionati può essere calcolata usando la apposita procedura e si ottiene

$$\begin{aligned}
Y(s) &= \frac{1}{s^2(s-1)} = \frac{1}{s-1} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} \\
y^*(k) &= (e^k - k - 1)\mathrm{sca}^*(k) \\
Y^*(z) &= \frac{z}{z-e} - \frac{z}{(z-1)^2} - \frac{z}{z-1} \\
G^*(z) &= Y^*(z)\frac{z-1}{z} = \frac{(e-2)z+1}{(z-1)(z-e)} \; .
\end{aligned}$$

Dalla teoria si ricava che il sistema a segnali campionati è di ordine due; visto che $G^*(z)$ possiede due poli, ne segue che il sistema a segnali campionati è raggiungibile ed osservabile.

Dal momento che $G^*(z)$ possiede un polo in $z = 1$, una $R^*(z)$ che soddisfa entrambe le specifiche si ottiene assegnando in $z = 0$ tutti gli autovalori del sistema retroazionato in Fig. 3. Essendo $G^*(z)$ del secondo ordine, si sceglie una $R^*(z)$ del primo ordine

$$R^*(z) = \frac{q_1 z + q_0}{z + p_0} \; ,$$

e si determinano $q_1$, $q_0$, e $p_0$ imponendo che

$$(z-1)(z-e)(z+p_0) + [(e-2)z+1](q_1 z + q_0) = z^3 \; .$$

Applicando il principio di identità dei polinomi e risolvendo il risultante sistema di equazioni lineari nelle incognite $q_1$, $q_0$, e $p_0$, si trova che

$$\begin{aligned}
p_0 &\simeq 1,12 \\
q_0 &\simeq -3,04 \\
q_1 &\simeq 3,62 \; .
\end{aligned}$$