

# Automazione

13 Febbraio 2020

## Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione di una stamperia industriale in cui, a livello di coordinamento, è necessario gestire i seguenti task periodici:

1. ogni 9 t.u. viene eseguita la della numerazione univoca delle stampe in 3 t.u.
2. ogni 6 t.u. viene eseguito la stampa delle superfici in rilievo in 2 t.u.
3. ogni 4 t.u. viene effettuata la stampa dello strato di fondo, impiegando 1 t.u.

C'è poi un task aperiodico addizionale di controllo manuale della qualità che parte dopo che sono trascorse 2 t.u. (ovvero, avente activation time pari a 2 t.u.), con una deadline relativa di 30 t.u. e un computation time di 3 t.u.

Si ipotizzi che i task periodici siano indipendenti, dal punto di vista funzionale, l'uno dall'altro. I task periodici devono essere gestiti con una modalità di scheduling hard real time. Si chiede di risolvere i seguenti punti.

1. Verificare se sussiste la condizione necessaria di schedulabilità dei task periodici.
2. Verificare se sussiste almeno una delle condizioni sufficienti di schedulabilità, utilizzando l'algoritmo RMPO.
3. Eseguire lo scheduling RMPO. Nel caso in cui RMPO non sia in grado di schedulare i task in maniera hard real time, eseguire lo scheduling utilizzando l'algoritmo EDF.
4. Utilizzando l'algoritmo di scheduling scelto nel punto precedente, verificare se il task aperiodico riesce a essere eseguito in maniera hard real time utilizzando uno scheduling in background.
5. In caso ciò non sia possibile, verificare se il task aperiodico può essere eseguito in maniera hard real time utilizzando un processo deferring server caratterizzato da  $TSRV = 12$  t.u. e  $CSRV = 1$  t.u.

## Esercizio 2

Una linea di produzione di parti meccaniche gestisce cinque tipi di semilavorati  $\{a, b, c, d, e\}$  ognuno dei quali necessita di tre operazioni da effettuarsi nella stessa sequenza ma con dispositivi diversi e con specifiche durate. Le tre operazioni sono nell'ordine: foratura con la macchina utensile MU; finitura con un robot attrezzato RA; controllo di qualità tramite sistema di visione SV. Nella Tab. 1 sono riportati i tempi (in minuti) necessari per le singole operazioni sui diversi semilavorati. Mostrare che è possibile sequenziare i semilavorati in ingresso alla linea in modo da minimizzare il tempo totale  $T$  di completamento (*makespan*) tramite un'estensione dell'algoritmo di sequenziamento ottimo di Johnson, basata sulla definizione di due operazioni equivalenti per ogni semilavorato. Riportare il risultato dell'algoritmo graficamente su un diagramma di Gantt, fornendo anche il valore ottimo di  $T$ .

Semilavorati	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$
MU	4	3	5	3	4
RA	3	2	3	3	3
SV	3	4	5	2	5

Tabella 1: Durata delle operazioni sui tre dispositivi a seconda del tipo di semilavorato.

### Esercizio 3

Si consideri la rete di Petri in Fig. 1, con marcatura iniziale  $x_0 = (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$ . Come descritto nella stessa figura, la rete modella la lavorazione di pezzi con una macchina (parte sinistra) e la successiva pulizia della stessa tramite un robot (parte destra). La macchina viene pulita dopo ogni lavorazione.

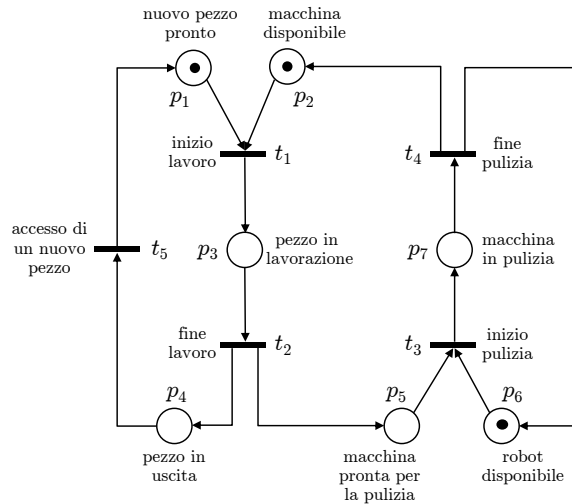


Figura 1: Rete di Petri per una lavorazione che si alterna alla pulizia della macchina utilizzata.

- Verificare se la rete è in una classe più ristretta di quella generale delle reti di Petri posti-transizioni.
- Determinare tutti i P-invarianti minimi (ossia a supporto minimo e canonico) e tutti i T-invarianti.
- Concludere sulla limitatezza, reversibilità, vivezza ed esistenza di cicli conservativi della rete.

### Esercizio 4

In un edificio universitario a due piani (Piano Terra e Piano 1) è disponibile un ascensore con porte automatiche. Nella cabina e ai due piani sono presenti pulsanti di comando e di chiamata come mostrato in Fig. 2. Il sistema è dotato di un sensore ad ogni piano che segnala l'arrivo della cabina al livello del piano, di un motore elettrico bidirezionale per la salita e la discesa della cabina e di un attuatore elettromeccanico per l'apertura e la chiusura delle porte. Valgono le seguenti ipotesi sulle condizioni operative:

- hp 1) quando è fermo al piano, l'ascensore rimane in attesa di una chiamata o di un comando con le porte automatiche aperte, mentre le porte sono ovviamente chiuse quando l'ascensore è in moto;
- hp 2) la pulsantiera di comando in cabina non ha memoria e non accetta quindi comandi finché l'ascensore non ha completato il comando in esecuzione.

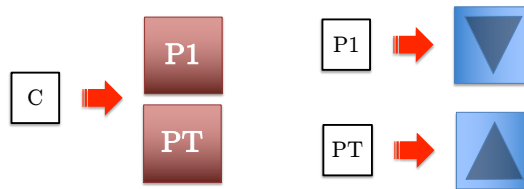


Figura 2: Pulsanti di comando in cabina (C) e di chiamata al Piano Terra (PT) e al Piano 1 (P1).

Modellare la logica di funzionamento di questo sistema ascensore mediante una macchina di Mealy, descrivendo il significato degli stati e degli eventi in ingresso e in uscita associati alle transizioni di stato.

[210 minuti; libri aperti]

# Soluzione

13 Febbraio 2020

## Esercizio 1

Per verificare la condizione necessaria si calcola il fattore di utilizzazione dei task periodici hard real time:

$$U = \frac{3}{9} + \frac{2}{6} + \frac{1}{4} = \frac{12 + 12 + 9}{36} = \frac{33}{36} \simeq 0.92.$$

Verificata la condizione necessaria, controlliamo se esiste almeno una condizione sufficiente.

$$U_{lsm}(\text{RMPO}) = n \left( 2^{1/n} - 1 \right) = 3 \left( 2^{1/3} - 1 \right) \simeq 0.78.$$

Dato che  $U > U_{lsm}$ , questa condizione sufficiente non è verificata. Inoltre i 3 task non sono legati tra loro da relazioni armoniche. Non possiamo quindi dire a priori se RMPO è in grado di schedulare i task.

La soluzione dello scheduling RMPO è riportata in Fig. 3. Il task  $A_1(1)$  non è terminato ma deve cedere il passo al task  $A_3(1)$ . Da ciò si evince che RMPO non è in grado di schedulare in maniera hard real time i task periodici come richiesto.

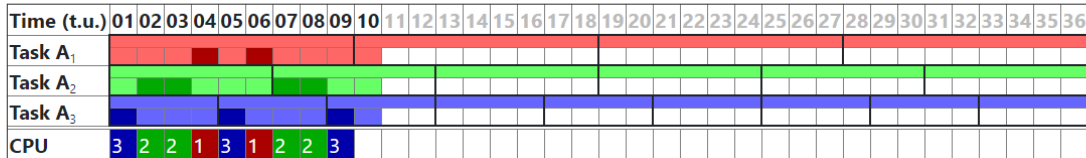


Figura 3: Scheduling RMPO.

La soluzione dello scheduling EDF è riportata in Fig. 4. Il task aperiodico ( $A_4$ ) non riesce ad essere eseguito in tempo se si utilizza una politica in background.

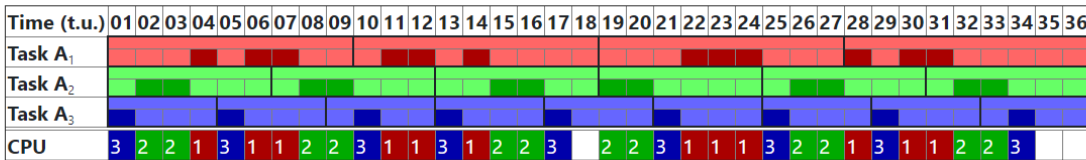


Figura 4: Scheduling EDF.

Aggiungendo il processo server ( $A_{SRV}$ ), il coefficiente di utilizzazione diventa:

$$U = \frac{33}{36} + \frac{1}{12} = \frac{36}{36} = 1.$$

Verificata la condizione necessaria e sufficiente per EDF, la soluzione dello scheduling è riportata in Fig. 5. Da questa si evince che le 3 t.u. del task aperiodico non possono essere eseguite entro la deadline assoluta con un processo in background.

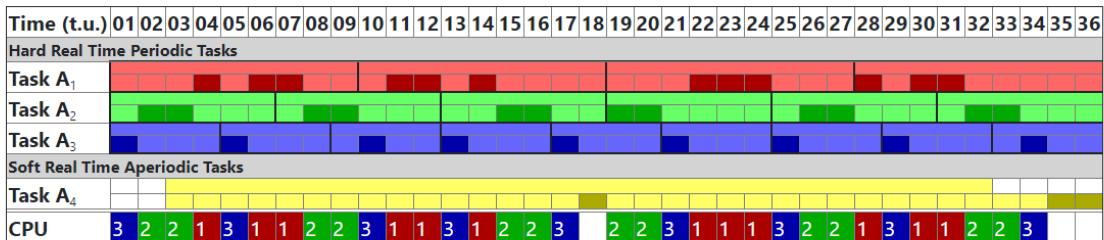


Figura 5: Scheduling EDF con il task aperiodico  $A_4$  in background.

Attuando quindi una politica di deferring server, la soluzione dello scheduling è riportata in Fig. 6. Da questa si conclude che le 3 t.u. del task aperiodico possono essere eseguite entro la deadline assoluta.

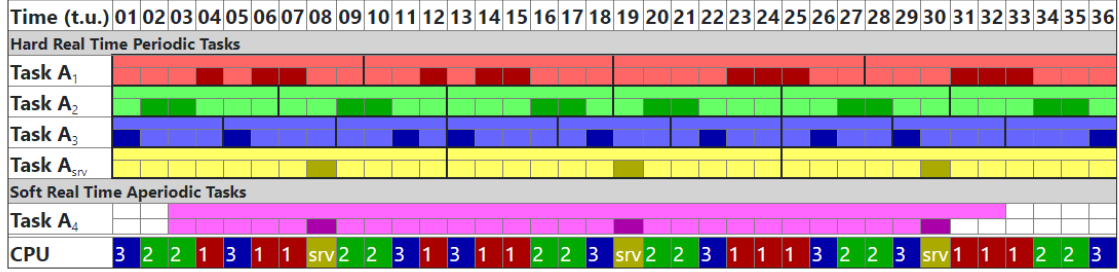


Figura 6: Scheduling EDF con il task aperiodico A<sub>4</sub> e una politica di deferring server.

### Esercizio 2

Sotto opportune condizioni (sufficienti), è possibile applicare l'algoritmo di Johnson per il job shop scheduling su  $m = 2$  macchine anche nel caso di  $m = 3$  macchine (qui, dispositivi). Una di queste condizioni è la dominanza dei tempi di operazione sulla prima macchina (oppure sulla terza) rispetto ai tempi sulla seconda macchina, quella intermedia. Nel caso presente, dalla Tab. 1, è soddisfatta la condizione<sup>1</sup>

$$3 = \max_{i=a,\dots,e} t_{RA,i} \leq \min_{i=a,\dots,e} t_{MU,i} = 3.$$

Pertanto si può operare lo scheduling secondo l'algoritmo di Johnson su due macchine equivalenti, MU+RA e RA+SV, sulle quali le operazioni hanno durata pari alla somma dei tempi necessari sui dispositivi coinvolti, ossia

$$t_{(MU+RA),i} = t_{MU,i} + t_{RA,i}, \quad t_{(RA+SV),i} = t_{RA,i} + t_{SV,i}, \quad i = a, \dots, e.$$

Nella Tab. 2 sono riportati i tempi (in minuti) risultanti.

Semilavorati	a	b	c	d	e
MU+RA	7	5	8	6	7
RA+SV	6	6	8	5	8

Tabella 2: Durate equivalenti delle operazioni sui due dispositivi equivalenti MU+RA e RA+SV.

L'algoritmo di Johnson suddivide i 5 semilavorati in due gruppi,

$$set_1 = \{b, e\}, \quad set_2 = \{a, d, c\},$$

ordinando quindi i semilavorati nel  $set_1$  per tempi equivalenti decrescenti e quelli nel  $set_2$  per tempi equivalenti crescenti<sup>2</sup>. La sequenza ottima è  $\{b, e, c, a, d\}$  ed è sempre la stessa su ogni dispositivo. Il diagramma di Gantt delle operazioni sui tre dispositivi è mostrato in Fig. 7. Il valore ottimo del *makespan* è dunque  $T = 25$  minuti.

L'ottimalità di questa soluzione è chiara anche dal punto di vista intuitivo. Il terzo dispositivo, l'ultimo a completare le sue operazioni, all'inizio rimane in attesa per un tempo  $T_d = t_{MU,b} + t_{RA,b} = 3 + 2 = 5$ , che è il minimo possibile tra tutte le scelte del semilavorato da mettere al primo posto nella sequenza. Questo

<sup>1</sup>L'analoga condizione su RA e SV non è soddisfatta in quanto  $\max_{i=a,\dots,e} t_{RA,i} = 3 \not\leq 2 = \min_{i=a,\dots,e} t_{SV,i}$ .

<sup>2</sup>Il semilavorato  $c$  potrebbe essere assegnato a uno qualsiasi dei due set in quanto  $t_{(MU+RA),c} = t_{(RA+SV),c} = 8$ . Il risultato non cambia, in quanto il suo posizionamento nella sequenza (come terzo) sarebbe comunque lo stesso.

tempo di attesa è comunque inevitabile. Infatti un lower bound  $T_{low}$  per il tempo di completamento ottimo è dato da

$$T \geq T_{low} = \sum_{i=a,\dots,e} t_{SV,i} + \min_{i=a,\dots,e} (t_{MU,i} + t_{RA,i}) = 19 + (t_{MU,b} + t_{RA,b}) = 19 + 5 = 24.$$

In seguito c'è solo un'attesa supplementare, quando il sistema di visione SV deve attendere un minuto prima che il semilavorato  $e$  abbia completato l'operazione di finitura con il robot attrezzato RA.

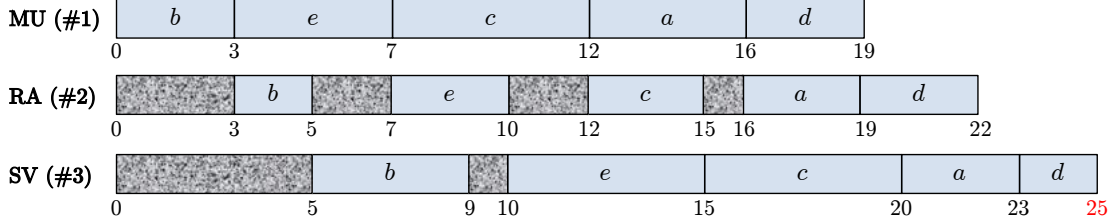


Figura 7: Diagramma di Gantt sui tre dispositivi secondo lo scheduling ottimo dell'algoritmo di Johnson.

Si noti infine che un'altra possibile condizione sufficiente affinché l'algoritmo di Johnson possa fornire il *makespan* ottimo anche nel caso di  $m = 3$  macchine è che la sequenza ottima per i due sottocasi con  $m = 2$  macchine (ossia considerando solo  $\{MU, RA\}$  e solo  $\{RA, SV\}$ ) sia la stessa. Dalla Tab. 1, si può vedere che questa condizione non risulta qui soddisfatta.

### Esercizio 3

La rete di Petri in Fig. 1 è un grafo marcato, in quanto ogni posto ha il limite di una sola transizione in ingresso e una sola in uscita.

La sua matrice di incidenza  $C$  e la marcatura iniziale  $\mathbf{x}_0$  sono dati da

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

La matrice di incidenza ha dimensioni  $7 \times 5$  e rango  $\rho = 4$ , essendo nulla la somma delle sue cinque colonne ed esistendo almeno un minore  $4 \times 4$  non nullo (ad esempio, cancellando l'ultima colonna e la seconda, terza e settima riga, si ottiene una matrice triangolare inferiore con elementi tutti non nulli in diagonale). Lo spazio nullo di  $C^T$  ha quindi dimensione  $|P| - \rho = 7 - 4 = 3$ , mentre lo spazio nullo di  $C$  è mono-dimensionale ( $|T| - \rho = 5 - 4 = 1$ ).

Il calcolo dei P-invarianti

$$\gamma^T C = \mathbf{0}^T \Rightarrow C^T \gamma = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} -\gamma_1 - \gamma_2 + \gamma_3 = 0 \\ -\gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 = 0 \\ -\gamma_5 - \gamma_6 + \gamma_7 = 0 \\ \gamma_2 + \gamma_6 - \gamma_7 = 0 \\ \gamma_1 - \gamma_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2 \\ \gamma_4 = \gamma_1 \\ \gamma_5 = \gamma_3 - \gamma_4 = \gamma_2 \\ \gamma_7 = \gamma_5 + \gamma_6 = \gamma_2 + \gamma_6 \end{cases}$$

fornisce quindi  $\infty^3$  soluzioni della forma

$$\gamma = (a \quad b \quad a+b \quad a \quad b \quad c \quad b+c)^T, \quad \text{con } a, b, c \in \mathbb{N}.$$

Tre soluzioni linearmente indipendenti, a supporto minimo e canoniche sono date da

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= (1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T, \\ \gamma_2 &= (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)^T, \\ \gamma_3 &= (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)^T.\end{aligned}$$

Ogni posto compare nell'insieme di supporto di almeno un P-invariante minimo. La rete risulta quindi conservativa e pertanto limitata. I cicli conservativi sono associati ai tre P-invarianti minimi:  $\{p_1, p_3, p_4\}$  per  $\gamma_1$ ,  $\{p_2, p_3, p_5, p_7\}$  per  $\gamma_2$  e  $\{p_6, p_7\}$  per  $\gamma_3$ . Poiché in  $\mathbf{x}_0$  c'è (almeno) un token in ognuno di questi cicli conservativi (e tutti gli altri cicli nel grafo di Petri sono concatenazioni di questi), è soddisfatta la condizione (necessaria e sufficiente) di vivezza per una rete che sia un grafo marcato.

Il calcolo dei T-invarianti fornisce

$$C\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \eta_2 - \eta_3 = 0 \\ \eta_2 - \eta_1 = 0 \\ (\eta_1 - \eta_2 = 0) \\ \eta_4 - \eta_3 = 0 \\ (\eta_3 - \eta_4 = 0) \\ \eta_3 - \eta_2 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = \eta_4 = \eta_5 = d \in \mathbb{N}.$$

Come previsto, esistono  $\infty^1$  soluzioni  $\boldsymbol{\eta} = (d \ d \ d \ d \ d)^T \in \mathbb{N}^5$ . Per  $d = 1$  il vettore delle occorrenze  $\boldsymbol{\eta}$  è associato a  $5! = 120$  diverse possibili sequenze di transizioni nelle quali ogni transizione scatta una e una sola volta. Di queste sequenze, sono solo tre le sequenze di scatto ammissibili:  $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$ , oppure  $\{t_1, t_2, t_3, t_5, t_4\}$ , o ancora  $\{t_1, t_2, t_5, t_3, t_4\}$ . Queste sequenze di scatto, replicate e/o combinate, insieme a tutte le loro possibili sotto-sequenze, sono anche le sole sequenze di scatto ammissibili per la rete. La reversibilità si ottiene quindi quando ci sono 5 o multipli di 5 scatti nella rete. In queste sequenze ammissibili di scatto, tutte le transizioni scattano un numero uguale di volte. In base a queste considerazioni, la rete è quindi reversibile e viva.

#### Esercizio 4

La definizione di un automa che modella il comportamento desiderato del sistema ascensore si può ovviamente affrontare a diversi livelli di dettaglio e con assunzioni operative aggiuntive. Per semplicità, oltre alle ipotesi enunciate nel testo, si considererà che alcuni comandi di attuazione siano idealmente congiunti, anche se effettivamente realizzati in una fissata sequenza temporale: *i*) la chiusura delle porte della cabina e il successivo avvio del motore per movimentare la cabina, in risposta a una chiamata da un piano diverso (richiesta tramite il pulsante al piano) o in esecuzione del comando del pulsante in cabina relativo; *ii*) l'arresto del motore quando la cabina ha raggiunto il piano di destinazione, come indicato dal relativo sensore, e la successiva apertura delle porte della cabina. Trascureremo anche la tempistica, necessaria ma influente sul comportamento complessivo, di attesa tra apertura e chiusura delle porte automatiche. Tra le altre assunzioni, il fatto che le porte automatiche siano montate sulla cabina (e non nei vani di accesso ai due piani). Nel testo è invece specificato in modo esplicito che i sensori di livello sono due, montati ai piani (e non uno, montato sulla cabina).

Definiamo quindi un primo automa come in Fig. 8, con i seguenti 4 stati:

- $\mathbf{x}_{PT}$  = ascensore fermo al piano terra, con le porte aperte (stato iniziale, indicato con un doppio cerchio)
- $\mathbf{x}_{T \rightarrow 1}$  = ascensore in salita dal piano terra al primo piano, con le porte chiuse
- $\mathbf{x}_{P1}$  = ascensore fermo al primo piano, con le porte aperte
- $\mathbf{x}_{1 \rightarrow T}$  = ascensore in discesa dal primo piano al piano terra, con le porte chiuse

Gli eventi in ingresso alla macchina di Mealy sono rilevati dai sensori di piano e registrati dai pulsanti ai piani e nella cabina. In tutto sono 6:

- $u_{S,P1}$  = sensore al primo piano che segnala l'arrivo della cabina
- $u_{S,PT}$  = sensore al piano terra che segnala l'arrivo della cabina
- $u_{C,P1}$  = pulsante in cabina di comando per salire al primo piano
- $u_{C,PT}$  = pulsante in cabina di comando per scendere al piano terra
- $u_{PT,\uparrow}$  = pulsante al piano terra di chiamata dell'ascensore per salire al primo piano
- $u_{P1,\downarrow}$  = pulsante al primo piano di chiamata dell'ascensore per scendere al piano terra

Gli eventi in uscita sono invece comandi di attuazione sia per il motore di sollevamento della cabina, sia per il meccanismo di apertura/chiusura delle porte. Come già accennato, questi comandi possono essere integrati in 3 eventi così definiti:

- $y_{up}$  = chiudi le porte della cabina e quindi avvia la salita
- $y_{stop}$  = ferma il motore e quindi apri le porte della cabina
- $y_{down}$  = chiudi le porte della cabina e quindi avvia la discesa

A questi si può aggiungere anche l'evento vuoto in uscita, indicato con un trattino (.../-) in Fig. 8, associato in generale a eventi in ingresso che non generano una transizione tra stati dell'automa (tali eventi in ingresso sono dei *don't care*). Corrispondono ai due autoanelli presenti negli stati  $x_{PT}$  e  $x_{P1}$ .

Si noti anche che nei due stati  $x_{T\rightarrow 1}$  e  $x_{1\rightarrow T}$  della Fig. 8 non sono accettati come eventi in ingresso quelli provenienti dalla cabina (la pulsantiera della cabina non è abilitata durante il movimento, fino al completamento del comando corrente in esecuzione). Inoltre, una volta che l'ascensore chiamato al piano sia arrivato, per cambiare di piano l'utente dovrà di nuovo premere il relativo pulsante di comando nella cabina (anche se, essendoci solo due piani, è evidente quale sarà la sua destinazione ...).

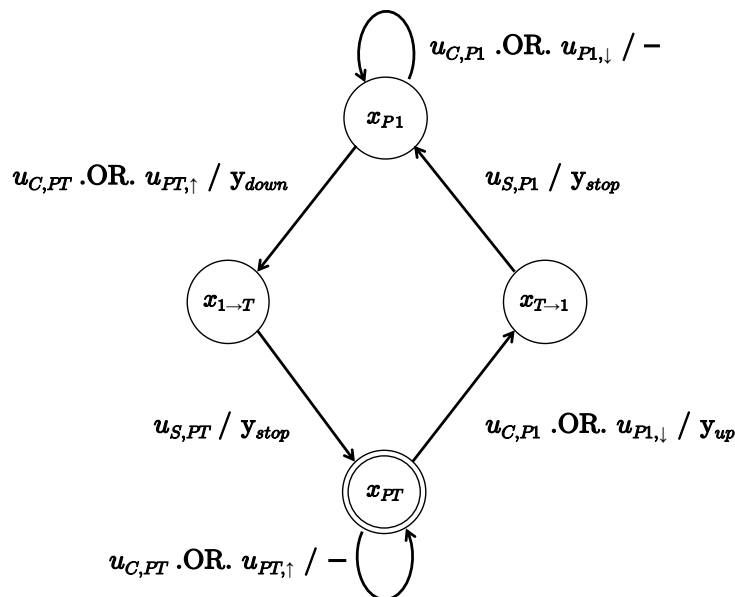


Figura 8: Prima macchina di Mealy del sistema ascensore.

L'automa considerato modella bene la situazione tradizionale in cui anche i pulsanti di chiamata ai piani sono disattivati mentre l'ascensore è in moto (ossia, risulta *occupato*). Viceversa, occorrerà una modifica dell'automa se si vuole gestire anche il caso in cui sopraggiunga una chiamata dal piano che l'ascensore ha appena lasciato. Questa prenotazione di chiamata verrà memorizzata (un nuovo stato dell'automa), per essere poi soddisfatta al termine del moto corrente della cabina, a prescindere da altri eventi in ingresso (che vengono comunque disabilitati).

Con riferimento alla Fig. 9, si introducono 4 stati aggiuntivi:

$x'_{T \rightarrow 1}$  = ascensore in salita al primo piano, porte chiuse, con chiamata ricevuta dal piano terra

$x_{bck \rightarrow PT}$  = ascensore fermo al primo piano, porte aperte e chiamata in memoria di ritorno al piano terra

$x'_{1 \rightarrow T}$  = ascensore in discesa al piano terra, porte chiuse, con chiamata ricevuta dal primo piano

$x_{bck \rightarrow P1}$  = ascensore fermo al piano terra, porte aperte e chiamata in memoria di ritorno al primo piano

Non serve invece definire nuovi eventi in ingresso o in uscita. L'unica particolarità di questa nuova macchina di Mealy è l'assenza di un evento di ingresso, indicato con un trattino (- / ...) in Fig. 9, per le transizioni, rispettivamente, dallo stato  $x_{bck \rightarrow PT}$  a  $x_{1 \rightarrow T}$  e dallo stato  $x_{bck \rightarrow P1}$  a  $x_{T \rightarrow 1}$ . In questi due casi, non ci sono eventi che condizionano le transizioni (che avverranno appena possibile).

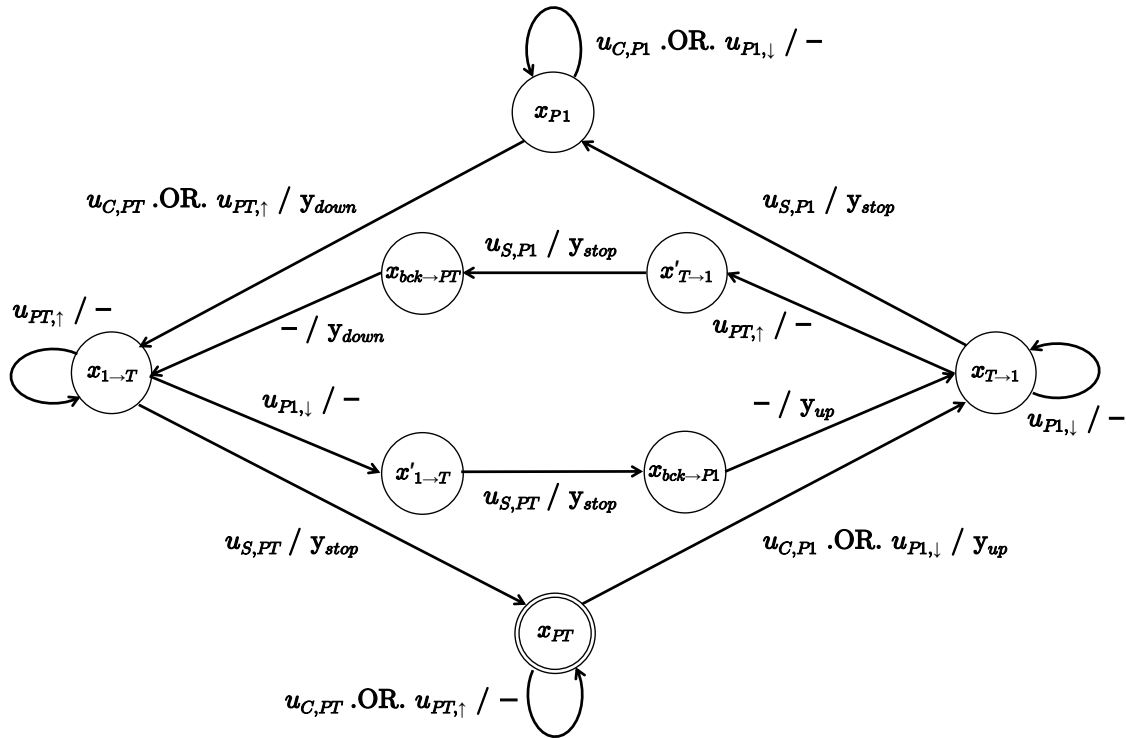


Figura 9: Seconda macchina di Mealy del sistema ascensore.

\*\*\*\*\*