Automazione I

31 Marzo 2015

Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione industriale in cui, a livello di coordinamento, è necessario gestire i seguenti task periodici:

1. ogni 5 t.u. un semilavorato deve essere spostato in zona di assemblaggio, impiegando 2 t.u.;
2. ogni 15 t.u. i semilavorati vengono assemblati in 4 t.u.;
3. ogni 9 t.u. i semilavorati assemblati vengono spostati dalla zona di assemblaggio in 3 t.u..

Si ipotizzi che i task periodici siano indipendenti l'uno dall'altro, dal punto di vista funzionale. I task devono essere gestiti con una modalità di scheduling hard real time. Si chiede di risolvere i seguenti punti.

- Verificare se sussiste la condizione necessaria di schedulabilità del problema.
- Verificare tutte le condizione sufficienti di schedulabilità del problema, utilizzando l'algoritmo RMPO.
- Eseguire lo scheduling RMPO.
- Nel caso in cui RMPO non sia in grado di schedulare i task in maniera hard real time, eseguire lo scheduling utilizzando l'algoritmo EDF.

Esercizio 2

In Fig. 1(a) è schematizzato un processo di lavorazione (*job-shop*) con un robot r, due macchine m_1 e m_2, e un deposito d a capacità limitata. Le parti di tipo A e B arrivano separatamente su due nastri trasportatori. Il robot carica le parti A sulla macchina m_1 e le parti B sulla macchina m_2. Una volta lavorata dalla rispettiva macchina, una parte viene inviata al deposito. Le parti vengono prelevate dal deposito in coppia, una parte A e una parte B, per essere poi assemblate a valle del processo. La rete di Petri in Fig. 1(b) fornisce un modello delle operazioni, con il seguente significato di posti e transizioni:

p_1 caricamento di m_1 in corso
p_2 la macchina m_1 sta lavorando
p_3 parti di tipo A nel deposito
p_4 caricamento di m_2 in corso
p_5 la macchina m_2 sta lavorando
p_6 parti di tipo B nel deposito

t_1 inizio caricamento pezzo su macchina m_1
t_2 fine caricamento pezzo e inizio lavorazione su m_1
t_3 fine lavorazione su m_1 e deposito della parte in d
t_4 inizio caricamento pezzo su macchina m_2
t_5 fine caricamento pezzo e inizio lavorazione su m_2
t_6 fine lavorazione su m_2 e deposito della parte in d
t_7 prelievo coppia di parti dal deposito d

La rete di Petri mostrata non tiene conto del fatto che il numero limitato di risorse e altre specifiche di funzionamento impongono dei vincoli al comportamento del processo. Si formulino i seguenti vincoli in termini di disuguaglianze sulle marcature ammissibili. Si progetti quindi un supervisore basato sull'introduzione di posti monitor, in modo che tutti i vincoli siano sempre soddisfatti durante il funzionamento della rete.

- Il robot r può eseguire una sola operazione di caricamento alla volta.
- Le due macchine m_1 e m_2 sono mono-serventi, cioè possono lavorare un solo pezzo alla volta.
- Il deposito dispone al massimo di 8 locazioni interne. Ogni parte A occupa una locazione, mentre ogni parte B ne occupa due.
- E' possibile che una delle macchine lavori più lentamente dell'altra, o che una delle due macchine si guasti. Per evitare sbilanciamenti eccessivi di lavorazione dei pezzi, la differenza (in modulo) tra il numero di parti A e parti B nel deposito non deve eccedere il valore di 4.

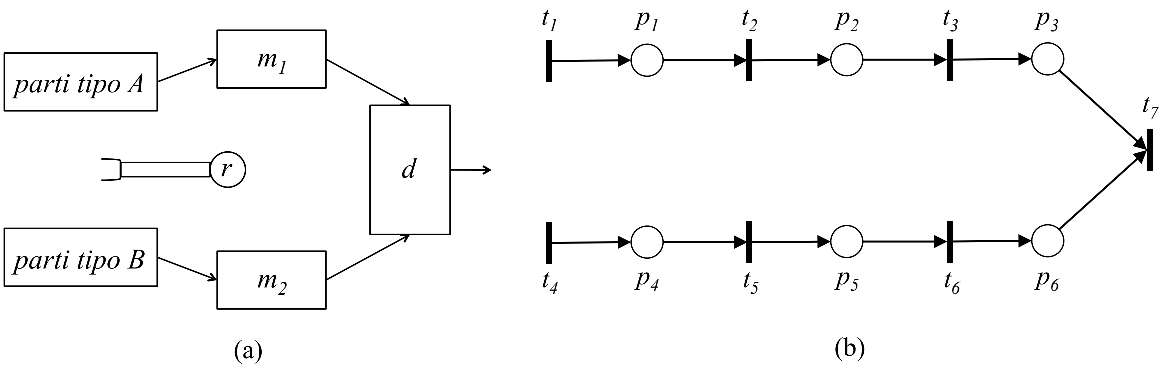

Figura 1: Schema di un job-shop (a) e la rete di Petri (b) che descrive il processo a ciclo aperto

[120 minuti; libri aperti]

Soluzioni

31 Marzo 2015

Esercizio 1

Per verificare la condizione necessaria si calcola il fattore di utilizzazione dei task periodici hard real time:

$$U = \frac{2}{5} + \frac{4}{15} + \frac{3}{9} = \frac{18 + 12 + 15}{45} = 1.$$

Verificata la condizione necessaria, controlliamo se esiste almeno una condizione sufficiente:

$$U_{lsm}(RMPO) = n\left(2^{1/n} - 1\right) = 3\left(2^{1/3} - 1\right) \simeq 0.78.$$

Dato che $U > U_{lsm}$, questa condizione sufficiente non è verificata. Inoltre i tre task non sono legati tra loro da relazioni armoniche. Non possiamo quindi dire a priori se RMPO sia in grado di schedulare i task.

La soluzione dello scheduling con l'algoritmo RMPO è riportata in Fig. 2. Da questa si evince che RMPO non è in grado di schedulare in maniera hard real time i task periodici come invece richiesto.

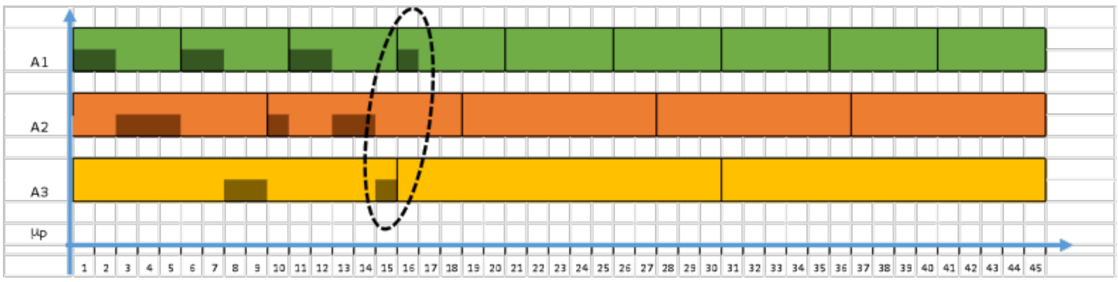

Figura 2: Scheduling con algoritmo Rate Monotonic Priority Order (RMPO)

La soluzione dello scheduling con l'algoritmo EDF è quella riportata in Fig. 3.

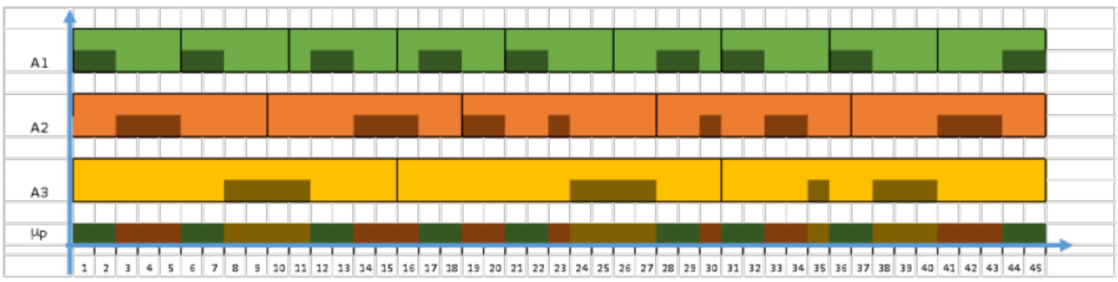

Figura 3: Scheduling con algoritmo Early Deadline First (EDF)

Esercizio 2

I vincoli esposti si possono esprimere tramite disuguaglianze sulle marcature $\boldsymbol{x} \in R(PN)$ come segue. La mutua esclusione del robot nell'operazione di caricamento pezzi è imposta dalla

$$\boldsymbol{x}(p_1) + \boldsymbol{x}(p_4) \leq 1 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{h}_1^T \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq 1 = k_1.$$

La natura mono-servente delle due macchine è preservata dalle

$$\boldsymbol{x}(p_2) \leq 1, \quad \boldsymbol{x}(p_5) \leq 1 \qquad \Rightarrow \qquad \begin{array}{l} \boldsymbol{h}_2^T \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq 1 = k_2, \\ \boldsymbol{h}_3^T \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq 1 = k_3. \end{array}$$

Il limite di capacità del deposito, tenuto conto della diversa occupazione dei pezzi A e B, si esprime tramite la

$$\boldsymbol{x}(p_3) + 2\boldsymbol{x}(p_6) \leq 8 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{h}_4^T \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq 8 = k_4.$$

Infine, il vincolo relativo al limitato sbilanciamento si scompone come segue in due disuguaglianze:

$$|\boldsymbol{x}(p_3) - \boldsymbol{x}(p_6)| \leq 4 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \boldsymbol{x}(p_3) - \boldsymbol{x}(p_6) \leq 4 \\ \boldsymbol{x}(p_6) - \boldsymbol{x}(p_3) \leq 4 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \boldsymbol{h}_5^T \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq 4 = k_5, \\ \boldsymbol{h}_6^T \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \boldsymbol{x} \leq 4 = k_6. \end{array}$$

Si tratta dunque sempre di disequazioni lineari della forma $\boldsymbol{h}_i^T \boldsymbol{x} \leq k_i$, per $i = 1, \ldots, 6$. In forma compatta, si può definire

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{h}_1 & \boldsymbol{h}_2 & \boldsymbol{h}_3 & \boldsymbol{h}_4 & \boldsymbol{h}_5 & \boldsymbol{h}_6 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & k_5 & k_6 \end{pmatrix}^T,$$

e scrivere

$$\boldsymbol{H}^T \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{k}, \qquad \text{per ogni } \boldsymbol{x} \in R(PN).$$

La rete di Petri di Fig. 1(b) ha la matrice di incidenza

$$\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

e la marcatura iniziale $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T = \boldsymbol{0}^T$.

Dalla teoria degli invarianti, il progetto richiede di aggiungere un posto *monitor* per ciascuna disequazione lineare e di connettere questi posti con transizioni in ingresso o uscita della rete originaria in base alla matrice di incidenza estesa della rete ampliata così definita

$$\boldsymbol{C}_{closed} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{C}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{C} \\ -\boldsymbol{H}^T \boldsymbol{C} \end{pmatrix},$$

mentre la marcatura iniziale della rete ampliata sarà

$$\boldsymbol{x}_{closed,0} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{x}_0^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{k} - \boldsymbol{H}^T \boldsymbol{x}_0 \end{pmatrix}.$$

Svolgendo i calcoli si ottiene

$$
\boldsymbol{C}^m = -\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}
$$

e

$$
\boldsymbol{x}_0^m = \boldsymbol{k} - \boldsymbol{H}^T\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{k} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 8 & 4 & 4 \end{pmatrix}^T.
$$

La Fig. 4 mostra la rete di Petri che descrive il comportamento ad anello chiuso (sotto il controllo del supervisore) del processo considerato.

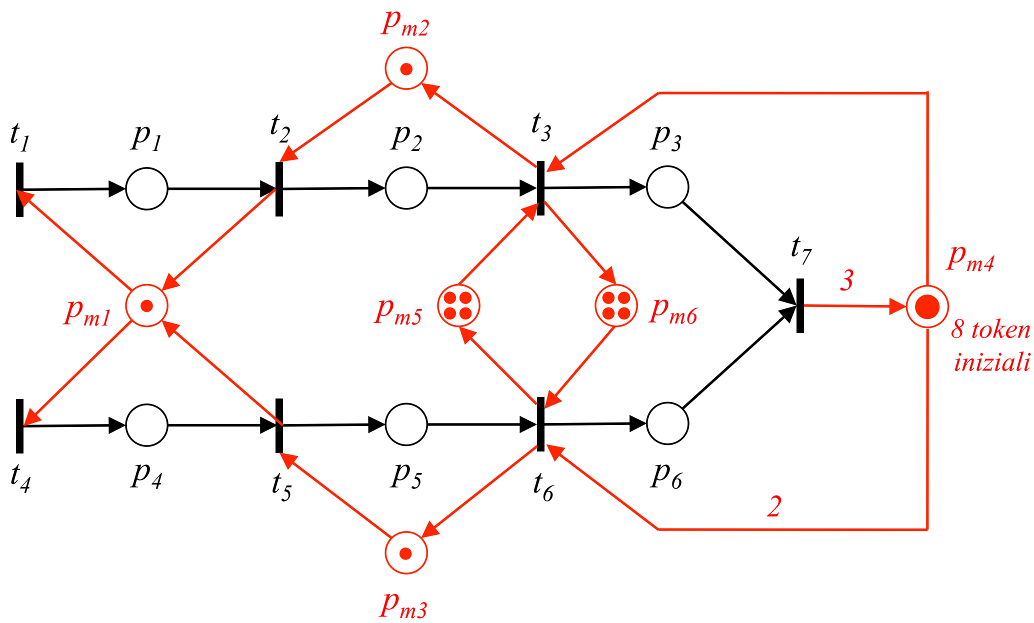

Figura 4: La rete di Petri di Fig. 1(b) modificata a ciclo chiuso, con il supervisore progettato costituito da cinque posti monitor e opportuna marcatura iniziale

* * * * *