COMPITO SCRITTO DI

ROBOTICA I/ROBOTICA INDUSTRIALE (V.O.)

16 dicembre 2005

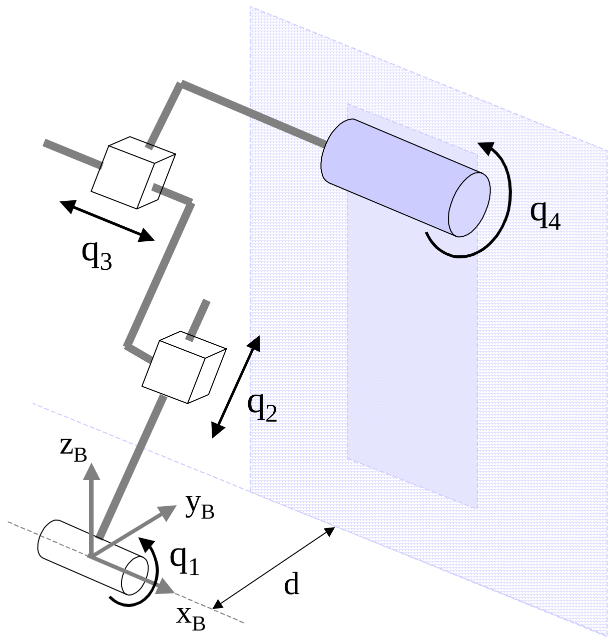

Fig. 1

Un braccio robotico per la tinteggiatura automatica ha la struttura cinematica schematizzata in Fig. 1. Per questo manipolatore:

1. assegnare le terne di riferimento solidali ai giunti secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg e fornire la corrispondente tabella di parametri;
2. scegliere un insieme minimo di parametri che caratterizzino la posa dell'organo terminale e fornire la corrispondente espressione della funzione cinematica diretta;
3. supponendo che l'organo terminale debba percorrere con velocità di modulo costante $\|v\| = k$ il cammino cartesiano ciclico rappresentato in Fig. 2, giacente sul piano descritto da $y_B = d = 1$ [m] nel riferimento (x_B, y_B, z_B) indicato in Fig. 1, determinare il valore di k che corrisponde al minimo tempo di percorrenza del cammino e che consente di rispettare i vincoli di massima velocità ai giunti $\dot{q}_1 \leq 0.3$ [rad/s], $\dot{q}_2 \leq 0.4$ [m/s], $\dot{q}_3 \leq 0.6$ [m/s].

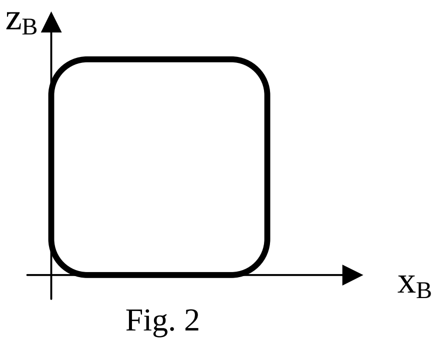

Fig. 2

[tempo a disposizione: 2h, libri aperti]

SOLUZIONE

Esercizio 1:

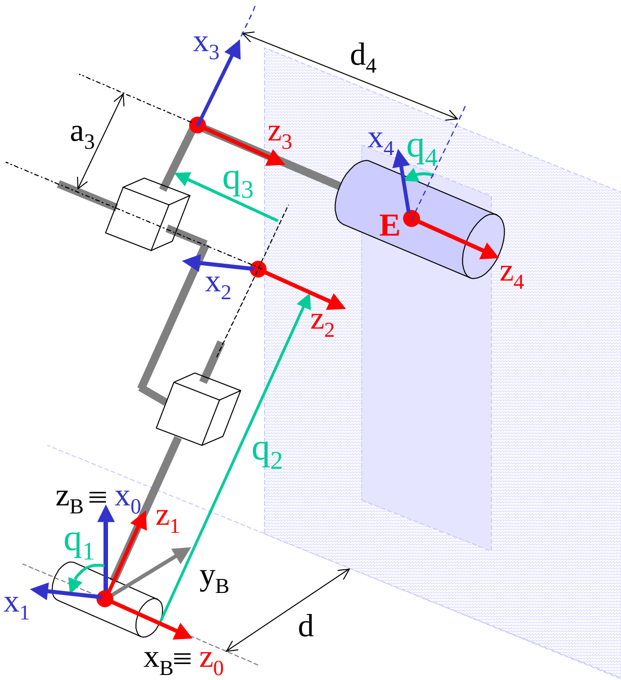

Fig. 3: Assegnazione delle terne di Denavit-Hartenberg

i	d_i	θ_i	a_i	α_i
1	0	q_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	0	$-\pi/2$
3	q_3	$-\pi/2$	a_3	0
4	d_4	q_4	0	0

Tab. 1: Parametri di Denavit-Hartenberg corrispondenti alle terne di Fig. 3

Esercizio 2:

La posa dell'organo terminale è determinata univocamente dalle coordinate (${}^Bx_E$, ${}^By_E$, ${}^Bz_E$) del punto E (vedi Fig. 3) rispetto alla terna di base, e dall'angolo φ tra l'asse y_B della terna di base e l'asse x_4 della terna solidale con l'end-effector (intorno all'asse z_4 parallelo a x_B). La funzione cinematica diretta corrispondente è

$$
\begin{aligned}
{}^Bx_E &= q_3 + d_4 \\
{}^By_E &= (q_2 + a_3)\cos q_1 \\
{}^Bz_E &= (q_2 + a_3)\sin q_1 \\
\varphi &= q_1 + q_4
\end{aligned}
$$

Esercizio 3:

L'espressione generale della velocità lineare v dell'organo terminale è

$$
\begin{aligned}
v_x &= \dot{q}_3 \\
v_y &= \dot{q}_2 \cos q_1 - (q_2 + a_3) \sin q_1 \, \dot{q}_1 \\
v_z &= \dot{q}_2 \sin q_1 + (q_2 + a_3) \cos q_1 \, \dot{q}_1
\end{aligned}
$$

In particolare, sui tratti orizzontali del cammino di Fig. 2 è $v = v_x$ e dunque $v = \dot{q}_3 \leq 0.6$, mentre su quelli verticali è $v = v_z$, con ${}^B y_E = (q_2 + a_3) \cos q_1 = 1$, ovvero

$$
v = \dot{q}_2 \sin q_1 + \dot{q}_1 . \tag{1}
$$

La velocità massima che può essere mantenuta su tutto il tratto verticale senza violare i vincoli sulle velocità di giunto si trova ponendo $\dot{q}_1 = q_1^{\max} = 0.3$ e $\dot{q}_2 = q_2^{\max} = 0.4$, per il valore di q_1 che corrisponde le massime velocità di giunto a parità di velocità dell'organo terminale, ovvero per $\sin q_1 = 0$. Sostituendo questi valori in eq. (1) si ottiene $\|v\| = q_1^{\max} = 0.3$ che, essendo minore del valore realizzabile sui tratti orizzontali, costituisce il valore massimo k che può essere mantenuto sull'intero cammino.
Si noti che sui tratti di raccordo (dove *v* cambia direzione, ma ha sempre modulo k) i vincoli saranno certamente soddisfatti poiché qui tutte le variabili di giunto contribuiscono alla velocità dell'organo terminale.