

Automazione

11 Aprile 2017

Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione operante a livello di conduzione che deve gestire i seguenti task periodici:

- ogni 6 t.u. viene registrato un log completo di sistema, impiegando 2 t.u.;
- ogni 10 t.u. viene effettuato un controllo di qualità, impiegando 1 t.u.

C'è inoltre un task aperiodico addizionale di verifica delle condizioni ottimali di funzionamento del sistema di automazione, caratterizzato da un minimo tempo di attivazione pari a 30 t.u. e da un tempo di esecuzione massimo di 9 t.u. Trattare questo task aperiodico come un task periodico equivalente. I tre task suddetti devono essere gestiti con una modalità di scheduling hard real time.

Un ulteriore task aperiodico soft real time è caratterizzato da un activation time $a_4(1) = 23$ t.u. (ossia diventa attivo solo dopo che è trascorso un tempo pari a 23 t.u.), con $D_4(1) = 24$ t.u. e $C_4(1) = 8$ t.u. Si gestisca questo task con un processo periodico di tipo deferring server caratterizzato da $T_{SRV} = 15$ t.u. e $C_{SRV} = 4$ t.u.

Si ipotizzi che tutti i task sopra menzionati siano indipendenti. Si chiede di:

1. verificare se sussiste la condizione necessaria di schedulabilità dei quattro task periodici;
2. verificare se sussiste almeno una delle condizioni sufficienti di schedulabilità dei quattro task periodici, utilizzando l'algoritmo RMPO;
3. eseguire lo scheduling RMPO;
4. eseguire lo scheduling EDF;
5. descrivere come varia il trattamento del task aperiodico soft real time tra i casi RMPO e EDF.

Esercizio 2

Descrivere qualitativamente le condizioni di progetto, i vantaggi e gli svantaggi della sintesi con anelli multipli in cascata di un controllore per un azionamento elettrico.

Esercizio 3

Un processo è descritto dalla rete di Petri in Fig. 1, con marcatura iniziale $\mathbf{x}_0 = (2 \ 1 \ 0 \ 0)^T$ (si noti la presenza di un arco di peso 2).

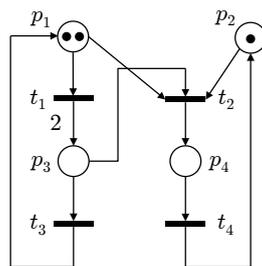


Figura 1: Una rete di Petri con marcatura iniziale \mathbf{x}_0 .

1. Calcolare i P-invarianti e i T-invarianti della rete e fornire una loro interpretazione. Associare a un T-invariante una sequenza di scatto ammissibile, se possibile.
2. Costruire l'albero di raggiungibilità/copertura della rete e commentare il risultato.
3. Progettare un supervisore tale che la rete controllata sia limitata e possibilmente senza deadlock.
4. Calcolare i P-invarianti per il sistema costituito dal processo e dal supervisore così progettato.

[150 minuti; libri aperti]

Soluzioni

11 Aprile 2017

Esercizio 1

Il problema di scheduling di task misti può essere trasformato in un problema equivalente caratterizzato dai seguenti quattro task periodici:

1. $T_1 = 6$ t.u., $C_1 = 2$ t.u.;
2. $T_2 = 10$ t.u., $C_2 = 1$ t.u.;
3. $T_3 = 30$ t.u., $C_3 = 9$ t.u.;
4. $T_4 = T_{SRV} = 15$ t.u., $C_4 = C_{SRV} = 4$ t.u.

Per verificare la condizione necessaria, si calcola il fattore di utilizzazione:

$$U = \frac{2}{6} + \frac{1}{10} + \frac{9}{30} + \frac{4}{15} = \frac{10 + 3 + 9 + 8}{30} = \frac{30}{30} = 1.$$

Verificata la condizione necessaria, controlliamo se sussiste almeno una condizione sufficiente per lo scheduling secondo l'algoritmo RMPO. In particolare, si ha

$$U_{ism}(RMPO, n) = n \left(2^{1/n} - 1 \right) = 4 \left(2^{1/4} - 1 \right) \simeq 0.76.$$

Poiché $U > U_{ism} > \ln 2$ e i quattro task non sono legati tra loro da relazioni armoniche, non è verificata alcuna condizione sufficiente. Non possiamo quindi dire a priori se RMPO è in grado di schedulare i task.

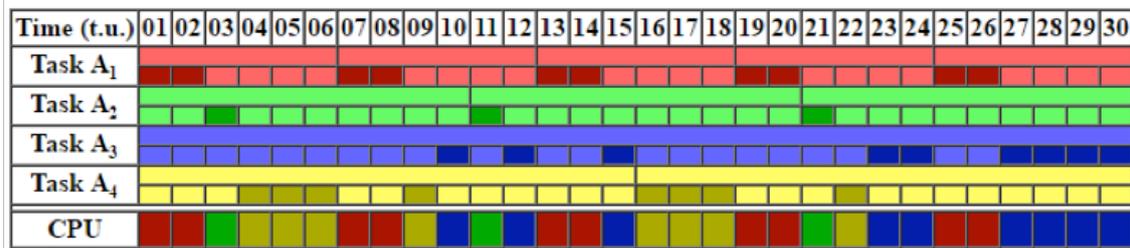


Figura 2: Scheduling RMPO per i quattro task.

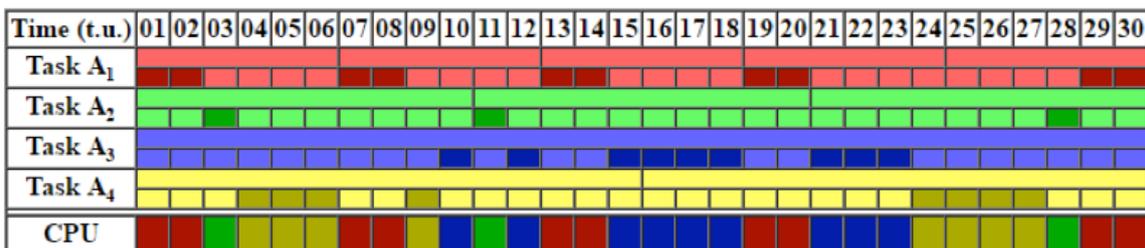


Figura 3: Scheduling EDF per i quattro task.

La soluzione dello scheduling RMPO è riportata in Fig. 2, da cui si evince che RMPO è in grado di eseguire lo scheduling dei quattro task periodici. La soluzione dello scheduling secondo l'algoritmo EDF è riportata in Fig. 3. Si noti che il task aperiodico soft real time si attiva all'istante di tempo pari a 23 t.u., dura 24 t.u. e termina alla t.u. 47. In tale intervallo di tempo RMPO offre al task soft real time solo 6 t.u. delle 8 richieste, mentre EDF offre 8 t.u. Pertanto EDF, a differenza di RMPO, elabora il task aperiodico soft real time senza violare il vincolo temporale.

Esercizio 2

Risposta libera.

Esercizio 3

La matrice di incidenza e la marcatura iniziale della rete di Petri in Fig. 1 sono

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{con rango } \mathbf{C} = 3, \quad \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Il calcolo dei P-invarianti fornisce

$$\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{C} = \mathbf{0}^T \Rightarrow \begin{cases} 2\gamma_3 - \gamma_1 = 0 \\ \gamma_4 - \gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_3 = 0 \\ \gamma_1 - \gamma_3 = 0 \\ \gamma_2 - \gamma_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

che rappresenta l'unico P-invariante canonico della rete. L'insieme di supporto di questo invariante è dato dai posti $\{p_2, p_4\}$ che appartengono a un sotto-ciclo conservativo nella rete. Essendo l'equazione di invarianza $\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{x} = x(p_2) + x(p_4) = 1 = \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{x}_0$, in questo sotto-ciclo potrebbe circolare e conservarsi un token. I posti p_2 e p_4 saranno quindi limitati, mentre nulla si può concludere a questo punto su p_1 e p_3 .

Il calcolo dei T-invarianti fornisce

$$\mathbf{C} \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \Rightarrow \begin{cases} \eta_3 - \eta_1 - \eta_2 = 0 \\ \eta_4 - \eta_2 = 0 \\ 2\eta_1 - \eta_2 - \eta_3 = 0 \\ \eta_2 - \eta_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{\eta} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

che rappresenta l'unico T-invariante canonico della rete. Il relativo vettore di occorrenze può essere associato alla sequenza di scatti ammissibile

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} &\rightarrow t_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_1 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t_3 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \\ &\rightarrow t_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_3 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_3 \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow t_4 \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{x}_0, \end{aligned}$$

in cui ci sono esattamente due scatti di t_1 , tre scatti di t_3 e uno scatto ciascuno per t_2 e t_4 . Al termine di questa sequenza ammissibile viene riprodotta la marcatura iniziale \mathbf{x}_0 . Questa però è una condizione solo necessaria per la reversibilità della rete; la proprietà di reversibilità richiede infatti che si possa tornare alla marcatura iniziale \mathbf{x}_0 a partire da tutte le marcature raggiungibili.

L'insieme completo delle marcature raggiungibili può essere generato dall'albero di raggiungibilità della rete (o di copertura, nel caso subentrino marcature illimitate). La costruzione di tale albero è mostrata in Fig. 4, con i nodi espansi in ordine lessicografico e secondo la logica di visita depth-first, come richiesto. La rete è chiaramente illimitata nei posti p_1 e p_3 .

Per indurre la proprietà di limitatezza, evitando al contempo situazioni di deadlock, si può procedere alla sintesi di un supervisore *i*) con posti di controllo che inducano tali proprietà, oppure *ii*) con posti monitor basati sui P-invarianti, tramite l'imposizione di uno o più vincoli opportuni sulle marcature raggiungibili (che siano soddisfatti dalla marcatura iniziale).

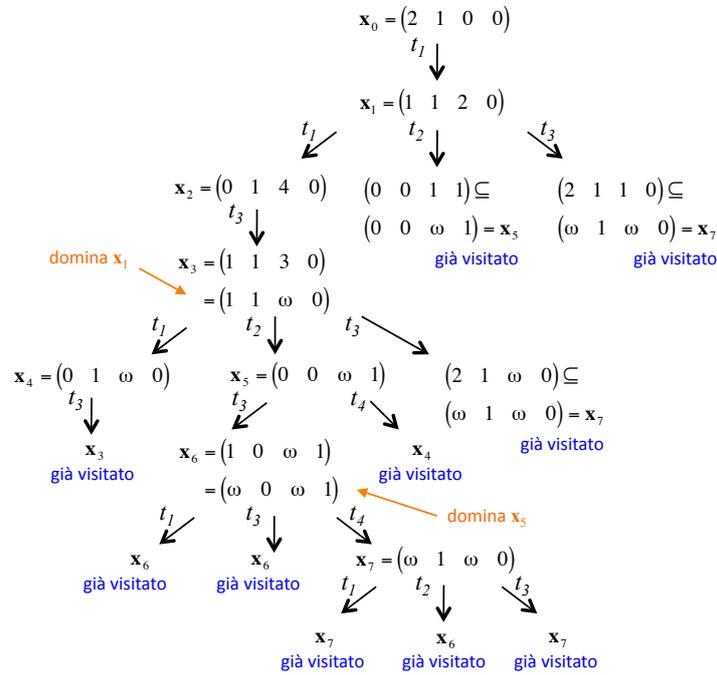


Figura 4: Albero di copertura della rete di Petri in Fig. 1.

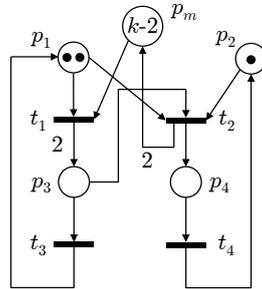


Figura 5: Una rete di Petri con un posto monitor progettato secondo la disuguaglianza (1).

Un supervisore basato sui P-invarianti che sia tale da soddisfare sia la limitatezza sia l'assenza di deadlock non è però di semplice progettazione. La scelta più intuitiva è quella di imporre

$$x_1 + x_3 \leq k \quad (\text{per un opportuno } k > 0 \text{ intero}) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h}^T \mathbf{x} = (1 \ 0 \ 1 \ 0) \mathbf{x} \leq k \quad (1)$$

in modo da eliminare le marcature illimitate nei posti p_1 e p_3 . Tale vincolo si traduce nella riga aggiuntiva C_m della matrice di incidenza e nella marcatura iniziale del posto monitor p_m dati rispettivamente da

$$C_m = -\mathbf{h}^T \mathbf{C} = (-1 \ 2 \ 0 \ 0), \quad x_0(p_m) = k - \mathbf{h}^T \mathbf{x}_0 = k - 2 \geq 0.$$

La rete risultante è mostrata in Fig. 5. E' evidente che per $k = 2$ la rete è in blocco fin dalla marcatura iniziale (che soddisfa comunque il vincolo (1)). Per $k = 3$, il posto monitor p_m è inizializzato con un token. Sebbene esistano sequenze di scatto conservative con token limitati nella rete, la sequenza di scatto ammissibile $\{t_1, (t_3)^2\}$ porta di nuovo la rete in blocco. Analogamente, per $k = 4$, la sequenza di scatto $\{(t_1)^2, (t_3)^4\}$ è bloccante. E così via. E' quindi necessario introdurre altri vincoli sulle marcature

raggiungibili per evitare queste situazioni di deadlock. In altri termini, occorre disabilitare (“tagliare via”) nell’albero di copertura della rete quelle sequenze che portano a marcature illimitate, come pure disabilitare lo scatto di transizioni che, sottraendo risorse necessarie, portano la rete in blocco. Purtroppo non è evidente quali ulteriori vincoli lineari di disuguaglianza imponga.

Conviene allora ragionare sul sequenziamento delle transizioni che portano o non portano a blocchi e utilizzare di conseguenza posti di controllo sulle transizioni in modo che risultino abilitate solo delle sequenze opportune, ossia le transizioni giuste al momento giusto. In particolare, gli scatti della transizione t_1 devono essere limitati in numero, in quanto questa è l’unica transizione che genera più token in uscita (2) di quanti ne consuma in ingresso (1). I token che si accumulano in p_2 dovranno poi essere utilizzati sia per far scattare la transizione t_2 sia per far scattare la transizione t_3 ; il rapporto tra il numero di scatti di queste due transizioni dovrà tenere conto del fatto che la transizione t_2 è l’unica che consuma più token in ingresso (3) di quanti ne genera in uscita (1). Da queste considerazioni, si può ipotizzare che una sequenza di scatto che preveda prima 2 scatti di t_1 , quindi 3 scatti di t_3 per poi concludersi con lo scatto della coppia di transizioni $\{t_2, t_4\}$ realizzi un bilanciamento conservativo di token. Si noti infatti che a questa sequenza di scatto è associato un vettore delle occorrenze $\eta = (2 \ 1 \ 3 \ 1)^T$ che, come già visto, è anche l’unico T-invariante della rete, il che indica che la marcatura iniziale verrebbe riprodotta al termine del ciclo. Pertanto, se i posti di controllo introdotti forzassero questa come unica sequenza ammissibile della rete supervisionata (o se eventuali altre sotto-sequenze intermedie dessero comunque la stessa marcatura finale), allora la rete sarebbe reversibile, quindi priva di deadlock e limitata. Inoltre, poiché in ogni ciclo scattano almeno una volta tutte le transizioni della rete, la rete supervisionata risulterebbe anche viva.

Si consideri allora la rete di Petri in Fig. 6 che contiene un supervisore (in rosso) con tre posti di controllo p_{c1} , p_{c2} e p_{c3} . Questi posti sono essenzialmente associati alle tre transizioni t_1 , t_2 e t_3 di cui si ha interesse controllare l’abilitazione e il numero di scatti.

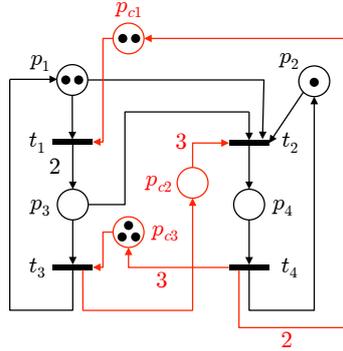


Figura 6: La rete di Petri di Fig. 1 supervisionata con tre posti di controllo p_{c1} , p_{c2} e p_{c3} .

La matrice di incidenza della rete supervisionata di Fig. 6 e la sua marcatura iniziale sono

$$C_e = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \text{con rango } C_e = 3, \quad \mathbf{x}_{e,0} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

L’evoluzione della rete supervisionata è mostrata in Fig. 7, da cui si ricavano le sequenze di scatto ammissibili e tutte le marcature raggiungibili¹. Come si vede, la rete risulta reversibile.

¹La Fig. 7 non rappresenta l’albero di raggiungibilità, ma ne è una semplice modifica ottenuta ricongiungendo le foglie che abbiano le stesse marcature (già visitate).

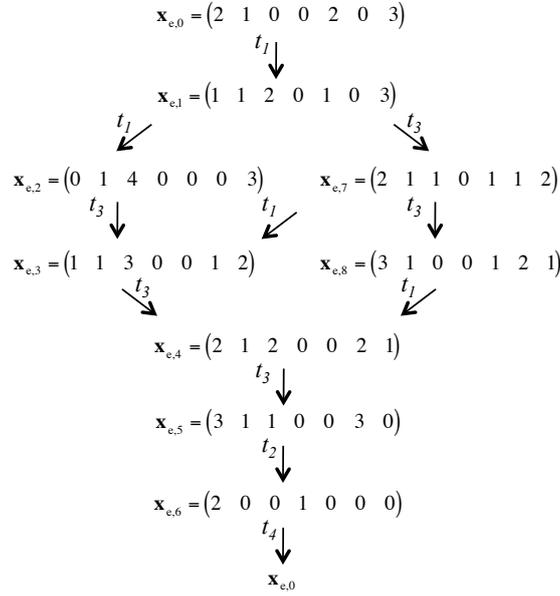


Figura 7: Evoluzione della rete supervisionata di Fig. 6, a partire dalla marcatura iniziale $\mathbf{x}_{e,0}$ (del processo e dei tre posti di controllo).

Per il calcolo dei P-invarianti della rete supervisionata, dalla

$$\gamma_e^T C_e = \mathbf{0}^T \iff C_e^T \gamma_e = \mathbf{0},$$

si trova anzitutto

$$\gamma_{e1}^T = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad (2)$$

che è il P-invariante canonico derivato da quello della rete di Petri originaria, ottenuto bordando con zeri le componenti associate ai tre posti di controllo. Per ispezione, i restanti P-invarianti canonici sono

$$\begin{aligned}
\gamma_{e2}^T &= (1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0) \\
\gamma_{e3}^T &= (0 \ 0 \ 0 \ 3 \ 0 \ 1 \ 1) \\
\gamma_{e4}^T &= (2 \ 0 \ 1 \ 3 \ 0 \ 0 \ 1).
\end{aligned} \quad (3)$$

A ognuno di questi P-invarianti canonici è associato un sotto-ciclo conservativo (pesato) nell'evoluzione della rete. Per esempio, in base al P-invariante γ_{e3} , la somma dei token nel posto p_{c2} , dei token nel posto p_{c3} e di 3 volte quelli nel posto p_4 rimane costante (pari a 3, ossia il valore di questa somma pesata nella marcatura iniziale). Per una verifica, basta ispezionare le marcature raggiungibili nella Fig. 7.

E' facile infine verificare che i quattro P-invarianti in (2)–(3) sono linearmente indipendenti,

$$\text{rango} \left(\gamma_{e1} \ \gamma_{e2} \ \gamma_{e3} \ \gamma_{e4} \right) = 4,$$

e costituiscono quindi una base completa per lo spazio nullo di C_e^T (la cui dimensione è pari al numero di colonne di C_e^T meno il suo rango, ossia $7 - 3 = 4$). L'unione degli insiemi di supporto dei P-invarianti trovati ricopre tutti i posti della rete supervisionata, un'altra prova del fatto che la rete è limitata.
